Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

21. Dezember 2000

10. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Falls es zum Eigenwert λ einen Hauptvektor r-ter Stufe gibt, hat λ mindestens die algebraische Vielfachheit r.

2) *Richtig oder falsch:* Zu jedem Eigenwert der algebraischen Vielfachheit r gibt es einen Hauptvektor r-ter Stufe.

3) Die komplexe $n \times n$-Matrix A habe die Eigenwerte $\lambda_1, \dots, \lambda_s$ mit den algebraischen Vielfachheiten $r_1, \dots, r_s$. Was ist $\det A$?

4) *(vier Zeilen, zwei Punkte)* Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der linearen Differentialgleichung $y^{(4)}(t) + 2\ddot{y}(t) + y(t) = 0$!

Aufgabe 1: (*6 Punkte)*

a) Berechnen Sie die Eigenwerte und Hauptvektoren zur Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -3 & 5 & -2 \end{pmatrix}$!

b) Geben Sie eine Basis des $\mathbb{R}^3$ an, bezüglich derer A Dreiecksgestalt hat, und berechnen Sie die hundertste Potenz dieser Dreiecksmatrix!

c) Was ist e^{At} ?

Aufgabe 2: (*4 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die allgemeinste Lösung $\big(x(t), y(t)\big)$ des Differentialgleichungssystems

$$\dot{x}(t) = -5x(t) - 8y(t) \quad \text{und} \quad \dot{y}(t) = 2x(t) + 3y(t)\,!$$

b) Welche dieser Lösungen bleiben für $t \to \infty$ beschränkt?

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 4\sin t\,!$$

b) Welche Möglichkeiten gibt es für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

FROHE WEIHNACHTEN

und

VIEL ERFOLG BEI DEN KLAUSUREN IM NEUEN JAHR!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 11. Januar 2001, um 13.45 Uhr