Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

23. November 2000

6. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Es gibt eine Distribution η, so daß für jede Funktion $f \in L^2(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ gilt: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)\eta(t)\, dt = \ddot{f}(0)$.

2) Richtig oder falsch: Es gibt eine Distribution η, so daß für jede Funktion $f \in L^2(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ gilt: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)\eta(t)\, dt = f(0)^2$.

3) Richtig oder falsch: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \cos(\pi t) \cdot \big(\delta(t-1) + \delta(t+1)\big)\, dt = 0$.

4) Richtig oder falsch: Das Produkt zweier Distributionen ist wieder eine Distribution.

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*
Eine ebene Welle der Kreisfrequenz ω_0 treffe auf ein eindimensionales Hindernis mit keilförmiger Durchlässigkeit gemäß der Funktion $f(x) = \begin{cases} \dfrac{a-|x|}{a} & \text{für } |x| < a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$.

a) Berechnen Sie das (Fraunhofer-)Beugungsbild dieses Hindernisses!
b) Vergleichen Sie mit dem Beugungsbild eines Spalts der Breite a, insbesondere was die Maxima und Mininma des Bildes betrifft!

Aufgabe 2: *(7 Punkte)*
In der TEM_{01}-Mode schwingt ein Laserstrahl in erster Näherung wie eine ebene Welle, nur daß die Phase in der rechten Hälfte gegenüber der linken Hälfte um π verschoben ist; die Grenze zwischen den beiden Hälften sei bei $x = 0$, und die Kreisfrequenz sei ω_0.

a) Berechnen Sie das Beugungsbild eines solchen Strahls beim Durchgang durch den keilförmigen Spalt aus Aufgabe 1!
b) Berechnen Sie sein Beugungsbild beim Auftreffen auf den rechteckigen Spalt mit Durchlässigkeitsfunktion

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } |x| < a \text{ und } |y| < b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} !$$

Aufgabe 3: *(4 Punkte)*
Eine Folie habe die Durchlässigkeitsfunktion $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$ Berechnen Sie das Beugungsbild einer auf diese Folie treffenden ebenen Welle der Kreisfrequenz ω_0!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 30. November 2000, um 13.45 Uhr