Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 2515

2. November 2000

3. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Die Fourier-Reihe von $f(t) = |t|$ für $|t| < \pi$ und $f(\pi) = 0$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π, zeigt bei der Konvergenz das Gibbs-Phänomen.

2) Richtig oder falsch: Die Fourier-Reihe von $f(t) = |t|$ für $0 \leq t < 2\pi$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π, zeigt bei der Konvergenz das Gibbs-Phänomen.

3) Richtig oder falsch: Wenn eine Fourier-Reihe von f an mindestens einer Stelle das Gibbs-Phänomen zeigt, konvergiert sie nicht für alle t gegen $f(t)$.

4) Richtig oder falsch: Falls das Gibbs-Phänomen auftritt, unterscheidet sich die n-te Teilsumme der Fourier-Reihe in der L^2-Norm um einen von n unabhängigen festen Betrag von $f(t)$.

5) Richtig oder falsch: $f * \dfrac{1}{f} = 1$

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*
Die Funktion f sei periodisch mit Periode 2π, und für $|t| \leq \pi$ sei $f(t) = (t - \pi)^2$.

a) Berechnen Sie die Fourier-Reihe von f !

b) Für welche $t \in \mathbb{R}$ konvergiert die Fourier-Reihe von f gegen $f(t)$?

c) Berechnen Sie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$!

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*

a) Berechnen Sie die Fourier-Reihe der Rechteckschwingung $f(t) = h$ für $|t| < T/2$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π! $\quad (0 < T < \pi)$

b) Für die Funktion g_a sei $g_a(t) = 1/a$ für $|t| < a$ und $g_a(t) = 0$ für alle anderen Punkte im Intervall $[-\pi, \pi]$ für ein festes $a < \pi$; g_a werde periodisch fortgesetzt mit Periode 2π auf ganz $\mathbb{R}$. Berechnen Sie die Fourier-Reihe von g_a !

c) Wie verhält sich die Fourier-Reihe von g_a für $a \to 0$?

Aufgabe 3: *(3 Punkte)*
$s(t) = (T/2 - t)/2$ für $0 \leq t < T$ und periodisch fortgesetzt auf $\mathbb{R}$ mit Periode T sei eine Sägezahnfunktion. Berechen Sie für eine beliebige stückweise stetige Funktion f mit Periode T die Faltung $s * f$!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 9. November 2000, um 13.45 Uhr