Wolfgang K. Seiler
*Tel.* 2515

D7,27, Zimmer 401

## Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 8. Februar 2000

*Richtig oder falsch:* Jede beschränkte Teilmenge $m \subseteq \mathbb{R}^2$ läßt sich als Vereinigung endlich vieler Normalbereiche (der Typen I und II) schreiben.

Bestimmen Sie für den Bereich $B \underset{\text{def}}{=} \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + 4y^2 \le 1\right\}$ die folgenden Integrale:

*a)* $\displaystyle\iint\limits_B x \, dx\, dy$

*b)* $\displaystyle\iint\limits_B xy \, dx\, dy$

*c)* $\displaystyle\iint\limits_B \sqrt{1 - x^2 - 4y^2} \, dx\, dy$

*d)* $\displaystyle\iint\limits_B \sqrt{x^2 + 4y^2} \, dx\, dy$

*e)* Beschreiben Sie die Menge $V = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2 + y^2 \le 100,\ 0 \le z \le 1\right\}$ geometrisch und berechnen Sie

$$\iiint_V \cos(x^2 + y^2) \sin \pi z \, dx\, dy\, dz\, !$$

*f)* Berechnen Sie das Integral

$$\iint_D \left(1 + \sin(x^2 + y^2)\right) dx\, dy$$

für $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \le 1\right\}$ !

*g)* Interpretieren Sie dieses Integral als Volumen!

*h)* Berechnen Sie die Fundamentalgrößen $E, F, G$ des Flächenstücks

$$f\colon [-1,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}^3; \quad (u,v) \mapsto (u^2, 2uv, v^2)\, !$$

*i)* Ist dieses Flächenstück regulär?

*j)* Ein Flächenstück sei gegeben durch die Abbildung

$$x = 4 \cos u, \quad y = 4 \sin u \quad \text{und} \quad z = 3v$$

für $u \in [0, 2\pi]$ und $v \in [-2000,\ 2000]$. Berechnen Sie die Fundamentalgrößen!

*k)* Auf diesem Flächenstück sei eine Kurve gegeben durch die Vorschrift $u(t) = t$ und $v(t) = t$ für $t \in [0, 2\pi]$. Welche Bogenlänge hat diese Kurve?