WOLFGANG K. SEILER D7,27, ZIMMER 401
Tel. 2515

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 15. Juni 2000

a) Berechnen Sie die Determinanten

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 7 & 10 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 15 \end{vmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}\;!$$

b) Berechnen Sie die Determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}\;!$$

c) Bestimmen Sie, ohne zu rechnen, den Wert der Determinanten

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}\;!$$

d) Für $n \geq 2$ sei $A_n = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ definiert durch

$$a_{ij} = \begin{cases} i & \text{falls } i = j \\ 1 & \text{falls } i = 1 \text{ und } j = n \text{ oder } i = n \text{ und } j = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Zeigen Sie, daß $\det A = (n-1)\cdot(n-1)!$ ist!

e) Die Matrix $B_n = (b_{ij}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ sei definiert durch $b_{ij} = ij$. Was ist $\det B_n$ für $n = 1, 2, 3, \ldots$?

f) Welche Gleichung muß x erfüllen, damit die vier Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 1 \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ 2 \\ 2 \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ 3 \\ x \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ x \\ x \end{pmatrix}$$

linear abhängig sind?