Wolfgang K. Seiler — D7,27, Zimmer 401
*Tel.* 2515

## Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 18. Mai 2000

*a)* Welche Dimension hat der Vektorraum aller reeller Polynome vom Grad höchstens $n$ ?

*b)* Ergänzen Sie die Menge $\left\{\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\right\} \subset \mathbb{R}^2$ zu einer Basis des $\mathbb{R}^2$ !

*c)* Zeigen Sie: $\mathcal{B} = \left\{\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5\\7\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\11\\0\end{pmatrix}\right\}$ ist eine Basis von $\mathbb{R}^3$ !

*d)* Finden Sie eine Basis des Vektorraums $V = \left\{\begin{pmatrix}a & b\\c & d\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2} \;\middle|\; b = c\right\}$ !

*e)* Welche Dimension haben Kern und Bild der linearen Abbildung

$$\varphi\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2; \quad \begin{pmatrix}x\\y\\z\\w\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}x+y-z\\y+z-w\end{pmatrix} \text{ ?}$$

*f)* $V$ sei der von $\{\sin t, \cos t, \sin^2 t, \cos^2 t, \sin t \cos t\}$ erzeugte Untervektorraum von $\mathcal{C}^1(\mathbb{R},\mathbb{R})$, und $\psi$ sei die lineare Abbildung $V \to V$, die jedes $f \in V$ auf seine Ableitung nach $t$ abbildet. Welche Dimension haben Kern und Bild von $\psi$ ?

*g)* Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix der linearen Abbildung $\varphi$ aus *e)* bezüglich der Basen aus Einheitsvektoren in $\mathbb{R}^4$ und in $\mathbb{R}^2$ !

*h)* Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix der linearen Abbildung $\psi$ aus *f)* bezüglich einer geeigneten Basis von $V$ !

*i)* Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix der linearen Abbildung

$$\omega\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; \quad \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}z\\x\\y\end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis aus den drei Einheitsvektoren!

*j)* Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix der linearen Abbildung

$$\tau\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; \quad \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}y\\x\end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis $\mathcal{B} = \left\{\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}\right\}$ von $\mathbb{R}^2$ !

*k)* Berechnen Sie für $A = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix}10 & 10 & 10\\10 & 10 & 10\end{pmatrix}$ eine Matrix $X$, so daß gilt:

$$2A + X = B\,!$$