WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

D7,27, ZIMMER 401

23. Juni 2000

8. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Falls die affine Abbildung $\varphi: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ nicht injektiv ist, bildet sie jeden Punkt auf die Null ab.

2) *Richtig oder falsch:* Mit $U_a = \{f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R},\mathbb{R}) \mid f(0) = a\}$ ist (U_2, U_0) ein affiner Raum.

3) *Richtig oder falsch:* Drei Punkte P, Q, R aus dem affinen Raum $\mathbb{R}^3$ spannen genau dann eine Ebene auf, wenn $\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{QR} \neq \vec{0}$ ist.

4) Finden Sie eine Gerade und eine Ebene im $\mathbb{R}^4$, die zusammen ganz $\mathbb{R}^4$ erzeugen!

5) Finden Sie zwei Ebenen in $\mathbb{R}^4$, die sich in genau einem Punkt schneiden!

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*

a) Zeigen Sie, daß die Menge $\left\{ \begin{pmatrix} 1\\2\\3\\4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1\\-1\\1\\-1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0\\1\\0\\1 \end{pmatrix} \;\middle|\; \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}$ eine affine Ebene in $\mathbb{R}^4$ ist!

b) Stellen Sie diese Menge dar als Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems!

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*

$A = (a_1, a_2, a_3)$, $B = (b_1, b_2, b_3)$ und $C = (c_1, c_2, c_3)$ seien drei Punkte des affinen Raums $\mathbb{R}^3$, die nicht auf einer Gerade liegen.

a) Zeigen Sie: $P \in \mathbb{R}^3$ liegt genau dann in der von A, B, C aufgespannten Ebenen, wenn das Spatprodukt $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AP}$ verschwindet!

b) Bestimmen Sie explizit ein lineares Gleichungssystem, das die von den drei Punkten $(1,0,1)$, $(-2,2,1)$ und $(1,5,-2)$ aufgespannte Ebene als Lösungsmenge hat!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

a) Der affine Unterraum B des $\mathbb{R}^5$ sei gegeben durch das lineare Gleichungssystem $u + x = 1$, $u + y = 0$ und $u + v + w + x + y = 1$. Bestimmen Sie die Menge B explizit! Welche Dimension hat B?

b) Berechnen Sie den Durchschnitt von B mit $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1\\0\\1\\0\\1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1\\2\\3\\4\\5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 5\\4\\3\\2\\1 \end{pmatrix} \;\middle|\; \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}$!

c) Welche Dimension hat der von A und B aufgespannte affine Unterraum von $\mathbb{R}^5$?

Abgabe bis zum Freitag, dem 30. Juni 2000, um 12.00 Uhr