Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

D7,27, Zimmer 401

9. Juni 2000

6. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Für die Matrix $A \in k^{n\times n}$ sei $A^3 = A$. Dann ist $\det A = 0$ oder $\det A = \pm 1$.

2) Berechnen Sie die Determinante der 10×10-Matrix $A = (a_{ij})$ mit $a_{ij} = 10i + j$

3) *Richtig oder falsch:* Für $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $\lambda \in \mathbb{R}$ ist $\det(\lambda A) = \lambda \det A$

4) *Richtig oder falsch:* Die ungeraden Permutationen aus $\mathfrak{S}_n$ bilden eine Gruppe.

Aufgabe 1: (*6 Punkte)*

a) Berechnen Sie die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 8 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 8 & 9 \end{pmatrix}$!

b) Berechnen Sie die Determinante der vom vorigen Übungsblatt her bekannten Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & 2 & 3 & 4 \\ 2-2a & a-6 & -3 & -4 \\ a-1 & 6-2a & a-6 & 0 \\ 0 & (a+1)(a-2) & 9+4a-a^2 & a-8 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*
Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$, für die die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ a \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$$

linear abhängig sind!

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*

Berechnen Sie die Determinante der $n \times n$-Matrix $A_n = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$!

Abgabe bis zum Freitag, dem 16. Juni 2000, um 12.00 Uhr