Wolfgang K. Seiler — D7,27, Zimmer 401
Tel. 2515

2. Juni 2000

5. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Hat die Matrix $A \in k^{n\times n}$ den Rang n, so ist für jedes $B \in k^{n\times m}$ die Matrixgleichung $AX = B$ eindeutig lösbar.

2) *Richtig oder falsch:* Jede Permutationsmatrix ist invertierbar.

3) *Richtig oder falsch:* Der Rang einer $n \times n$-Matrix A ist gleich der Anzahl der von Null verschiedenen Diagonalelemente der Matrix R aus ihrer LR-Zerlegung.

4) Für welche Matrix P ist $P\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g & h & i \\ d & e & f \\ a & b & c \end{pmatrix}$?

5) Was ist die inverse Permutation zu $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$?

Aufgabe 1: *(4 Punkte)*
Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$ die Menge aller reeller Matrizen X, für die gilt

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ \alpha & \alpha \end{pmatrix} \; !$$

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die LR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & 2 & 3 & 4 \\ 2-2a & a-6 & -3 & -4 \\ a-1 & 6-2a & a-6 & 0 \\ 0 & (a+1)(a-2) & 9+4a-a^2 & a-8 \end{pmatrix}$$

b) Geben Sie, in Abhängigkeit von a und einer beliebigen rechten Seite, die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix}$ durch möglichst einfache Formeln an!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

a) Berechnen Sie das Produkt $\pi_1 \circ \pi_2$ der beiden Permutationen

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix} \text{ und } \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 8 & 6 & 4 & 2 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix} \; !$$

b) Schreiben Sie die Permutation π_1 als Produkt von Transpositionen!

Abgabe bis zum Freitag, dem 9. Juni 2000, um 12.00 Uhr