

Übungsaufgaben zur Kodierungstheorie

1. (2+1 Punkte)

- (a) Es sei H die Kontrollmatrix eines linearen Codes mit $d(C) \geq 3$. Zeigen Sie, dass die Spalten von H alle verschieden und alle $\neq 0$ sind.
- (b) Finden Sie damit einen einfachen Algorithmus zur Fehlerkorrektur.

2. (2 Punkte) Sei C ein linearer $[n, k]$ -Code über \mathbb{F}_q . Zeigen Sie: Eine $k \times n$ -Matrix G ist eine Erzeugermatrix für C , genau dann wenn gilt:

$$C = \{uG \mid u \in \mathbb{F}_q^k\}.$$

3. (3+1+2 Punkte) Gegeben sei ein linearer $[7, 4]$ -Code C über \mathbb{F}_2 . Die Erzeugermatrix G ist

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Der Code hat eine Erzeugermatrix G' in Standardform. Berechnen Sie G' sowie die Kontrollmatrix in Standardform. Wie groß ist der Hamming-Abstand (ohne Beweis)? Wie viele (Übertragungs-)Fehler kann dieser Code korrigieren?
- (b) Kodieren Sie folgende Wörter mit der "Standardkodierungsregel" $a \mapsto a \cdot G$ jeweils mit den Erzeugermatrizen G und G' : (1111), (0101), (1001).
- (c) Überprüfen Sie, ob folgende Wörter im Code enthalten sind: (1101011), (1101001), (0101010). Nehmen Sie hierzu an, dass die Wörter mit G' codiert worden sind.

4. (1+4 Punkte) Sei C ein $[5, 3]$ -Code über \mathbb{F}_2 mit Kontrollmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Wählen Sie eine Erzeugermatrix G von C . Nutzen Sie dabei die Informationen, welche Ihnen die Beziehung $H \cdot x^t = 0$ liefert, aus!
- (b) Bestimmen Sie Nebenklassenführer und die zugehörigen Syndrome von C . Dekodieren Sie damit das empfangene Wort (10011). Erhält man auch mit einer maximum-likelihood Dekodierung ein eindeutiges Ergebnis? (Begründung)

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Übungsblätter, Skript etc.) sind unter

<http://hilbert.math.uni-mannheim.de/cod10.html>

zu finden.

Abgabe bis Donnerstag, den 4. März 2010, 17 Uhr (Kasten im Eingangsbereich A5 oder Beginn der Übung)