

2. April 2009

7. Übungsblatt Zahlentheorie

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Berechnen Sie die Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{11}$!
b) Berechnen Sie für die Kettenbruchentwicklung von

$$e = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} \approx 2,71828182845904523536$$

die ersten zehn Koeffizienten c_i und versuchen Sie, eine Regel zu erraten! (Diese Regel muß nicht bewiesen werden.)

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Als *irrationalste* Zahl $x \in \mathbb{R}$ gilt nach vorherrschender Einschätzung die, die sich am schwersten durch rationale Zahlen approximieren läßt, d.h. die, für die die Nenner der Konvergenten der Kettenbruchentwicklung am langsamsten wachsen. Da dann auch die Koeffizienten c_i möglichst klein sein müssen, ist

$$x = [1, 1, 1, 1, \dots] = [\overline{1}]$$

ein offensichtlicher Kandidat.

- a) Geben Sie x in einer konventionellen Form exakt an!
b) Können Sie andere Zahlen angeben, bei denen die Differenzen zur n -ten Konvergente der Kettenbruchentwicklung genauso groß sind?

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Finden Sie einen Näherungsbruch für die reelle Zahl

$$x = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots],$$

der sich um höchstens 10^{-6} von x unterscheidet!

Aufgabe 4: (3 Punkte)

Welche Fläche hat das Dreieck mit Ecken $(0, 0)$, $(7, 4)$ und $(3, 10)$?

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Die Rhinecker School of Commerce beginnt ihre Vorlesungen im Frühjahrssemester am ersten Montag nach dem 14. Februar. Die Woche vor sowie die Woche nach Ostern sind vorlesungsfrei; insgesamt gibt es 14 Vorlesungswochen. Vorlesungsfreie Tage sind der 1. Mai, Christi Himmelfahrt (Donnerstag in der zweiten Woche vor Pfingsten), Pfingstmontag (Pfingsten wird sieben Wochen nach Ostern gefeiert) und Fronleichnam (Donnerstag in der zweiten Woche nach Pfingsten). Am Maimarktdienstag können die Nachmittagsvorlesungen ausfallen. (Der Maimarkt beginnt am letzten Samstag des Aprils und dauert elf Tage; am letzten Tag, dem Maimarktdienstag, ist der Eintritt frei.) Stellen Sie einen Kalender des Frühjahrssemesters 2009 auf, in dem alle relevanten Daten eingetragen sind!

FROHE OSTERN UND ERHOLSAME FERIEN !

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 23. April 2009, um 15.30 Uhr