WOLFGANG K. SEILER A5, ZIMMER C 201
Tel. 2515

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 27. November 2002

a) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(t) = |\sin t|$ ist linear unabhängig von den Funktionen $1, \cos kt, \sin \ell t$ mit $k, \ell \in \mathbb{N}$.

b) *Richtig oder falsch:* Die Funktionen $1, \cos kt, \sin \ell t$ mit $k, \ell \in \mathbb{N}$ bilden ein vollständiges Orthonormalsystem für $L_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

c) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine gerade Funktion, so auch $\widehat{f}(\omega)$.

d) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine ungerade Funktion, so auch $\widehat{f}(\omega)$.

e) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine gerade Funktion, so auch $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$

f) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine ungerade Funktion, so auch $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$.

g) Berechnen Sie die FOURIER- und die LAPLACE-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{für } |t| \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad !$$

h) Berechnen Sie die FOURIER- und die LAPLACE-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{für } |t| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad !$$

i) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei eine reellwertige Funktion, deren FOURIER-Transformierte $\widehat{f}(\omega)$ existiere. Drücken Sie Real- und Imaginärteil von $\widehat{f}(\omega)$ durch reelle Integrale aus!

j) Welches dieser Integrale verschwindet für gerade *bzw.* ungerade Funktionen f ?

k) Was ist $\mathcal{L}\{e^{\lambda t}\}(s)$ für $\lambda \in \mathbb{R}$?

l) Gilt dies auch für komplexe λ ?

m) Berechnen Sie $\mathcal{L}\{\sinh at\}(s)$ und $\mathcal{L}\{\cosh at\}(s)$!

n) Interpretieren Sie die Ergebnisse für $a = i\omega$!

o) Berechnen Sie $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$ für

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } [t] \text{ gerade} \\ 0 & \text{falls } [t] \text{ ungerade} \end{cases} \quad !$$

Stellen Sie das Ergebnis nicht als unendliche Summe dar, sondern als geschlossenen Ausdruck!

p) Bestimmen Sie die LAPLACE-Transformierte von $f(t) = t - [t]$ und stellen Sie auch hier das Ergebnis in geschlossener Form dar!