Wolfgang K. Seiler A5, Zimmer C 201
Tel. 2515

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 20. November 2002

a) Richtig oder falsch: Die Fourier-Reihe von $f(t) = |t|$ für $|t| < \pi$ und $f(\pi) = 0$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π, zeigt bei der Konvergenz das Gibbs-Phänomen.
Falls *richtig:* Bis zu welchem (ungefähren) Maximum überschwingen die Teilsummen?

b) Richtig oder falsch: Die Fourier-Reihe von $f(t) = |t|$ für $0 \le t < 2\pi$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π, zeigt bei der Konvergenz das Gibbs-Phänomen.
Falls *richtig:* Bis zu welchem (ungefähren) Maximum überschwingen die Teilsummen?

c) Sei
$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } [t] \text{ gerade} \\ 0 & \text{falls } [t] \text{ ungerade} \end{cases}.$$
Bestimmen Sie die (ungefähren) Maximal- und Minimalwerte, die von Teilsummen der Fourier-Reihe von f angenommen werden!

d) Berechnen Sie für diese Funktion f das Faltungsprodukt $f * f$!

e) Die Funktionen $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seien periodisch mit Periode eins und für $0 \le t < 1$ sei $f(t) = t$ und $g(t) = t^2$. Was ist $f * g$?

f) Die Funktionen $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seien periodisch mit Periode eins und für $-\frac{1}{2} \le t < \frac{1}{2}$ sei $f(t) = t$ und $g(t) = t^2$. Was ist $f * g$?

g) Zeigen Sie:
$$\left(\sum_{\ell=1}^{\infty} b_\ell \sin \ell\omega t\right) * \left(\sum_{\ell=1}^{\infty} p_\ell \sin \ell\omega t\right) = -\frac{1}{2}\left(\sum_{\ell=1}^{\infty} b_\ell p_\ell \sin \ell\omega t\right) \; !$$

h) Was ist
$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega t\right) * \left(\sum_{k=1}^{\infty} q_k \cos k\omega t\right) \; ?$$

i) Richtig oder falsch: Für zwei Funktionen $f, g \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ ist $f * g = g * f$.

j) Richtig oder falsch: Für eine Funktion $f \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ ist $f * \frac{1}{f} = 1$.

k) Zeigen Sie: Für $f, g, h \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ ist $(f * g) * h = f * (g * h)$.

l) Richtig oder falsch: Die Fourier-Reihe von $f(t) = \tan t$ konvergiert für alle $t \in \mathbb{R}$.

m) f sei periodisch mit Periode 2π, und für $-\pi \le t < t$ sei $f(t) = t$. Wohin konvergiert die Fourier-Reihe von f für $t = \pi$?

n) Die Kippschwingung $f(t)$ sei periodisch mit Periode 10, und für $0 \le t < 10$ sei $f(t) = e^{-t}$. Wohin konvergiert die Fourier-Reihe von f für $t = 0$?