Wolfgang K. Seiler | A5, Zimmer C 201
Tel. 2515

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 13. November 2002

Falls Sie noch Probleme mit der Berechnung von Fourier*-Reihen haben, sind die entsprechenden Beispiele der letzten Woche wichtiger als viele der folgenden Themen:*

a) Berechnen Sie die komplexe Fourier-Reihe der Funktion

$$f(t) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{i\omega t}} \quad \text{für} \quad \omega \in \mathbb{R}_{>0}\,!$$

b) Schließen Sie daraus auf die reelle Fourier-Reihe der Funktion

$$f(t) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{i\omega t}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{-i\omega t}} \quad \text{für} \quad \omega \in \mathbb{R}_{>0}\,!$$

c) Gibt es eine stückweise stetige periodische Funktion f mit Fourier-Reihe

$$S_f(t) = \sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{\sin \ell t}{\sqrt{\ell}}\ ?$$

d) Gibt es eine stückweise stetige periodische Funktion f mit Fourier-Reihe

$$S_f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k+1)t}{\sqrt{2k+1}}\ ?$$

e) Zeigen Sie, daß die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{(k^2+1)^2}\,!$$

konvergiert und finden Sie eine obere Schranke für ihren Grezwert!
Hinweis: Die komplexe Fourier-Reihe von $\sinh t$ ist laut Vorlesung

$$S_f(t) = i\frac{\sinh \pi}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k k}{k^2+1} e^{ikt}\,.$$

f) Finden Sie obere Schranken für

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \quad \text{und} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}\,!$$