

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 30. Oktober 2002

Berechnen Sie für $\gamma: \begin{cases} [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto 5 \cos t + 2i \sin t \end{cases}$ die folgenden Integrale:

a) $\int_{\gamma} \frac{z \, dz}{z^2 + 1}$ b) $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 + 9}$ c) $\int_{\gamma} \tan \frac{z}{2} \, dz$ d) $\int_{\gamma} \frac{dz}{\sin z}$ e) $\int_{\gamma} \frac{z \, dz}{\sin z}$

f) Berechnen Sie die LAURENT-Reihe von $f(z) = \frac{\sin z}{z^5}$ um den Punkt $z = 0$!

g) Berechnen Sie die LAURENT-Reihe von $f(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$ um den Punkt $z = i$!

h) Was ist $\text{Res}_{-1} \frac{z + 2}{(z + 1)^2}$

i) Was ist $\int_{\gamma} \frac{z + 2}{(z + 1)^2} \, dz$ für obigen Integrationsweg γ ?

j) Berechnen Sie den Hauptteil der Funktion $f(z) = \frac{1}{(z^2 + a^2)^2}$ für $z = \pm ia$

k) a sei eine positive reelle Zahl. Was ist $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z^2 + a^2)^2}$, wenn γ den im Gegenuhrzeigersinn durchlaufenen Kreis um Null mit Radius $R_1 = a/2$ bzw $R_2 = 2a$ bezeichnet?

l) Was ist $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$?