Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, Zimmer C201

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 23. Oktober 2002

Berechnen Sie für $\gamma\colon \begin{cases} [-\pi,\pi] \to \mathbb{C} \\ t \mapsto 2e^{it} \end{cases}$ die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z}$ *b)* $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z-3}$ *c)* $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z^2}$ *d)* $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z^2+1}$ *e)* $\displaystyle\int_\gamma e^{\cos z}\,dz$

f) Welche dieser Integrale ändern Ihren Wert, wenn man an Stelle des obigen Integrationswegs $\gamma\colon \begin{cases} [-\pi,\pi] \to \mathbb{C} \\ t \mapsto 3+e^{it} \end{cases}$ betrachtet?

Berechnen Sie für $\gamma\colon \begin{cases} \left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{C} \\ t \mapsto 2e^{it} \end{cases}$ die folgenden Integrale:

g) $\displaystyle\int_\gamma z\,dz$ *h)* $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z}$ *i)* $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z^2}$

j) Zeigen Sie: Für $|z|<1$ ist $\mathfrak{Re}\,\dfrac{1-iz}{1+iz}>0$.

k) Zeigen Sie: Für $|z|<1$ ist $f(z)=\dfrac{i}{2}\,\mathrm{Ln}\,\dfrac{1-iz}{1+iz}$ eine holomorphe Umkehrfunktion von $\tan z=\dfrac{\sin z}{\cos z}$. Was ist $f'(z)$?

l) Berechnen Sie damit für $\gamma\colon \begin{cases} [0,\pi] \to \mathbb{C} \\ t \mapsto \frac{1}{2}e^{it} \end{cases}$ das Integral $\displaystyle\int_\gamma \frac{dz}{z^2+1}$!

Welche der folgenden Funktionen sind holomorph *bzw.* meromorph auf $\mathbb{C}$?

m) $f(z)=\dfrac{1}{z^2+1}$ *n)* $f(z)=e^z-e^{\overline{z}}$ *o)* $f(z)=\dfrac{1}{e^z-e^{\overline{z}}}$