Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 2515

27. Januar 2003

14. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Falls zwei lineare homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten dasselbe charakteristische Polynom haben, haben sie dieselbe Lösungsmenge.

2) *Richtig oder falsch:* Schreibt man eine lineare homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten als System $\dot{\vec{y}}(t) = A\vec{y}(t)$ von linearen Differentialgleichungen, so hat jeder Eigenwert von A die geometrische Vielfachheit eins.

3) *Richtig oder falsch:* Falls alle Nullstellen des charakteristischen Polynoms einer linearen homogenen Differentialgleichung mit reellen konstanten Koeffizienten rein imaginär sind, sind alle Lösungen reine Schwingungen.

4) *Richtig oder falsch:* Die Differentialgleichung $y^{(3)}(t) + a_2\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = 0$ mit $a_i \in \mathbb{R}$ und $a_0 > 0$ hat eine von Lösung $y(t) \not\equiv 0$, die für $t \to \infty$ beschränkt bleibt.

5) Bestimmen Sie die komplexen Lösungsfunktionen von $\ddot{y}(t) + 2iy(t) = 0$!

Aufgabe 1: (*6 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 0\,!$$

b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 4\sin t\,!$$

c) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

Aufgabe 2: (*6 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 0\,!$$

b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 25\cos 3t + 25\sin 3t\,!$$

d) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

Aufgabe 3: (*3 Punkte)*

a) Formulieren Sie das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \big(3 - 3y(t)\big) \cdot t^2$ mit $y(0) = 2$ um in eine Fixpunktgleichung und berechnen Sie, ausgehend von $y_0(t) = 2$, mindestens die ersten drei Iterationen zur Bestimmung des Fixpunkts!

b) Erraten Sie auf Grund dieser Näherungslösungen den Fixpunkt und weisen Sie nach, daß Sie richtig geraten haben!

Abgabe bis zum Montag, dem 3. Februar 2003, um 15.30 Uhr