Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515 A5, C201

11. November 2002

5. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Falls zwei stetige Funktionen mit Periode T dieselbe Fourier-Reihe haben, sind sie gleich.

2) *Richtig oder falsch:* Falls in der Fourier-Reihe einer stetigen Funktion f keine Cosinusterme auftreten, ist f ungerade.

3) *Richtig oder falsch:* Falls f gerade ist, treten nur die Cosinusterme $\cos k\omega t$ mit $k \in \mathbb{N}$ auf.

4) Was ist die zweite Ableitung der Funktion $f(t) = \mathrm{Si}(t)$?

5) Berechnen Sie die Laurent-Reihe von $f(z) = \mathrm{Si}(z)$ um den Nullpunkt!

6) Was ist $\int_\gamma \mathrm{Si}(z)\,dz$, wenn γ den im Gegenuhrzeigersinn durchlaufenen Einheitskreis bezeichnet?

7) *Richtig oder falsch:* Wenn die Fourier-Reihe von f für $t = t_0$ das Gibbs-Phänomen zeigt, konvergiert sie dort nicht gegen $f(t_0)$.

Aufgabe 1: (*8 Punkte)*
Die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei für $c \le t < c + T$ definiert durch $g(t) = p + \frac{t-c}{T} \cdot (q - p)$ mit $c, p, q \in \mathbb{R}$ und $T > 0$; sie werde periodisch fortgesetzt auf ganz $\mathbb{R}$ mit Periode T.

a) Skizzieren Sie die Funktion g !

b) Berechnen Sie die Fourier-Reihe S_g von g.

c) Für welche $t \in \mathbb{R}$ ist $S_g(t) = g(t)$ und welchen Wert hat $S_g(t)$ sonst?

d) Wo gibt es Überschwingungen (Gibbs-Phänomen) und welchen Absolutbetrag haben sie?
Hinweis: Wenn Sie mit den aus der Vorlesung bekannten Reihen vergleichen, können Sie diese Aufgabe auch lösen, ohne ein einziges Integral zu berechnen. Sie sollten allerdings die Additionsformel $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ kennen.

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

a) Welche Periode hat die Funktion

$$f(t) = |\cos t| + i\,|\sin t| \ ?$$

b) Berechnen Sie die komplexe Fourier-Reihe von f !

Abgabe bis zum Montag, dem 18. November 2001, um 15.30 Uhr