

## Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 8./9. Juli 2002

Natürlich sind diese Woche auch alle früheren Themenvorschläge hochaktuell!

a) Berechnen Sie  $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$  durch partielle Integration und, unabhängig davon, über die EULERSchen Formeln!

b) Was ist und wo existiert die Ableitung von  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ ?

c) Was ist  $\int \arcsin x \, dx$ ?

d) Was ist  $\int \frac{dx}{1-x^4}$ ?

e) Was ist  $\int \frac{dx}{x^2+2x+1}$ ?

f) Was ist  $\int \frac{x \, dx}{x^2+2x+1}$ ?

g) Was ist  $\int_{-\pi}^{\pi} \sinh x \cosh x \, dx$ ?

h) Existiert das uneigentliche Integral  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|t|} \, dt$ ?

i) Existiert das uneigentliche Integral  $\int_0^{\infty} e^{-t} \sin 3t \, dt$ ?

j) Existiert das uneigentliche Integral  $\int_1^{\infty} \ln t \, dt$ ?

k) Finden Sie zu einer vorgegebenen Zahl  $c \in [-2, 2]$  zwei Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , so daß gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty \quad \text{und} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{a_n}^{b_n} \sin x \, dx = c.$$

l) *Richtig oder falsch:* Die Parametrisierung  $\gamma: [0, 2\pi]; t \mapsto (\cos t, \sin t)$  macht die Kreislinie zu einem regulären Kurvenstück.

m) Versuchen Sie, den Graphen der Betragsfunktion zwischen  $x = -3$  und  $x = 3$  durch ein Kurvenstück oder durch eine Kurve zu beschreiben!

n) Die Kurve  $\gamma: [0, 20\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$  sei gegeben durch  $\gamma(t) = ((5+t/4\pi) \cos t, (5+t/4\pi) \sin t, t/2\pi)$ . Beschreiben Sie diese Kurve geometrisch (Die Verwendung von Begriffen wie *Sinus* oder *Cosinus* ist dabei verboten!) und bestimmen Sie ihre Bogenlänge!