

### Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 1./2. Juli 2002

- a) Lösen Sie Aufgabe 3 des zehnten Übungsblatt mit Hilfe von Polarkoordinaten, d.h. berechnen Sie

$$\Delta \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^n}, \quad (x, y, z) \neq (0, 0, 0)$$

für beliebiges  $n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , und zeigen Sie, daß dies genau für  $n = \frac{1}{2}$  verschwindet!

- b) Berechnen Sie eine mit Hilfe von vier Rechtecken eine obere und eine untere Schranke für  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ ! (*Taschenrechnergenauigkeit*)

- c) Bestimmen Sie für die Funktion  $f(x) = e^{3x}$  explizit die beiden Grenzwerte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(\frac{i}{n}\right) \cdot \frac{1}{n} \quad \text{und} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \cdot \frac{1}{n}$$

- d) Eine Boeing 727 braucht zum Abheben eine Geschwindigkeit von mindestens 200 Meilen pro Stunde; sie kann aus dem Stand innerhalb von 30 sec auf diese Geschwindigkeit beschleunigen. Falls Sie von einer konstanten Beschleunigung ausgehen: Wie lange (in Meilen) muß die Startbahn mindestens sein?

- e) Berechnen Sie eine Stammfunktion von

$$f(x) = \frac{3}{1 + 4x^2} - \frac{5}{\sqrt{4 - x^2}}$$

im Intervall  $(0, 2)$ !

- f) Berechnen Sie  $\int \frac{12x^2 + 4x - 1}{4x^3 + 2x^2 - x + 7} dx$ !

- g) Was ist und wo existiert die Stammfunktion von  $\frac{1}{x \ln x}$ ?

- h) Berechnen Sie für  $x > 0$  das Integral

$$I(x) = \int_{-x}^x te^{-t^2} dt!$$

- i) Was ist  $\lim_{x \rightarrow \infty} I(x)$ ?

- j) Berechnen Sie für  $x > 0$  das Integral

$$J(x) = \int_0^x te^{-t^2} dt!$$

- k) Was ist  $\lim_{x \rightarrow \infty} J(x)$ ?

- l) Was ist  $\int \cos(3x + 5) dx$ ?

- m) *Richtig oder falsch*: Ist  $\int_a^b f(x) dx = 0$  für alle reellen Zahlen  $a < b$ , so ist  $f(x) \equiv 0$ .

- n) *Richtig oder falsch*: Ist  $f$  stetig und  $\int_0^a f(x) dx = 0$  für alle reellen Zahlen  $a > 0$ , so ist  $f(x) \equiv 0$ .