

5. Juli 2002

12. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* $i \cdot \sin(ix) = \sinh(x)$
- 2) *Richtig oder falsch:* Jede Stammfunktion einer stetigen geraden Funktion ist ungerade.
- 3) *Richtig oder falsch:* Jede Stammfunktion einer stetigen ungeraden Funktion ist gerade.
- 4) Was ist $\int_{-10}^{10} x^3 \sin x^4 dx$?
- 5) *Richtig oder falsch:* Durch $\gamma: [-100, 100] \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto (\cosh t, \sinh t)$ wird ein reguläres Kurvenstück beschrieben.

Aufgabe 1: (4 Punkte)

- a) Ein homogenes, nur durch sein Eigengewicht belastetes Seil hat die Form einer *Kettenlinie* $f(x) = a \cosh \frac{x-b}{a} + c$. Zeigen Sie, daß $f''(x) = \frac{\sqrt{1+f'(x)^2}}{a}$ ist!
- b) Ein Fallschirmspringer hat nach t Sekunden den Fallweg $s(t) = \frac{v_0^2}{g} \ln(\cosh \frac{gt}{v_0})$ zurückgelegt. Berechnen Sie seine Beschleunigung als Funktion der Geschwindigkeit, und leiten Sie daraus eine inhaltliche Interpretation der Geschwindigkeit v_0 ab.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

- a) Berechnen Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration!

$$\int x \sinh x dx, \quad \int \arctan x dx$$

- b) Entscheiden Sie für die folgenden uneigentlichen Integrale, ob sie konvergent oder divergent sind; berechnen Sie gegebenenfalls, soweit das sinnvoll ist, den Wert und den CAUCHYSchen Hauptwert der folgenden Integrale!

$$\int_a^{2a} \frac{dx}{(x-a)^5}, \quad \int_{-4}^2 \frac{dx}{x^3}, \quad \int_0^{10} \frac{dx}{(x-4)^4}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

Aufgabe 3: (5 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Für $x \geq 0$ ist $\sqrt{\sinh^2 x + \cosh^2 x + 1} = \sqrt{2} \cosh x$!
- b) Berechnen Sie die Bogenlänge des Kurvenstücks

$$\gamma: [0, 10] \rightarrow \mathbb{R}^3; \quad t \mapsto (\cosh t, \sinh t, t) !$$

- c) Beschreiben Sie dieses Kurvenstück geometrisch!

Keine Abgabe – Abgegeben wird diese Woche nur die Klausur!