WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

7. Juni 2002

8. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* V sei ein EUKLIDischer Vektorraum und für $\vec{u}, \vec{v} \in V$ sei $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{v} \cdot \vec{w}$ für alle $\vec{w} \in V$. Dann ist $\vec{u} = \vec{v}$.
2) *Richtig oder falsch:* Die LORENTZ-Form $\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ t_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ t_2 \end{pmatrix} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 - c^2t_1t_2$ macht $\mathbb{R}^4$ zum EUKLIDischen Vektorraum.
3) *Richtig oder falsch:* Die Abbildung $(z, w) \mapsto |zw|$ macht $\mathbb{C}$ zu einem EUKLIDischen Vektorraum.
4) *Richtig oder falsch:* Die Abbildung $(\vec{v}, \vec{w}) \mapsto \|\vec{v} \times \vec{w}\|$ macht $\mathbb{R}^3$ zu einem EUKLIDischen Vektorraum.
5) *Richtig oder falsch:* $\mathbb{C}$ mit dem Produkt

$$(x + iy) \odot (u + iv) = (xu - 4yv) + 2i(xv + yu) \quad \text{für} \quad x, y, u, v \in \mathbb{R}$$

ist ein HERMITEscher Vektorraum.

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*
Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis des durch $x + y + z + w = 0$ definierten Untervektorraums von $\mathbb{R}^4$!

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*
Der Vektorraum $\mathbb{C}^5$ sei mit seinem üblichen HERMITEschen Produkt versehen. Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis des von

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2-2i \\ -4i \\ 4+i \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} -4-i \\ 0 \\ 4+2i \\ 4 \\ 4+i \end{pmatrix}$$

aufgespannten Untervektorraums!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
V sei der $\mathbb{R}$-Vektorraum aller Polynome vom Grad höchstens zwei.

a) Zeigen Sie: Durch $f \cdot g \underset{\text{def}}{=} \int_0^1 f(x)g(x)\,dx$ wird ein Skalarprodukt auf V definiert.

b) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von V!

Abgabe bis zum Freitag, dem 14. Juni 2002, um 12.00 Uhr