Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

17. Mai 2002

5. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Ein lineares Gleichungssystem ist unlösbar, wenn die Anzahl der Gleichungen die Anzahl der Variablen übersteigt.

2) Richtig oder falsch: Ein lineares Gleichungssystem kann keine eindeutig bestimmte Lösung haben, wenn die Anzahl der Variablen die Anzahl der Gleichungen übersteigt.

3) Π_a bezeichne die Menge aller Polynome vom Grad höchstens drei mit konstantem Koeffizienten a. Ist das Paar (Π_1, Π_0) ein affiner Raum?

4) Richtig oder falsch: Hat die Matrix $A \in k^{n\times n}$ den Rang n, so ist für jedes $B \in k^{n\times m}$ die Matrixgleichung $AX = B$ eindeutig lösbar.

5) Richtig oder falsch: Ist $n < m$ und hat die Matrix $A \in k^{n\times m}$ den Rang n, so ist für jedes $B \in k^{n\times p}$ die Matrixgleichung $AX = B$ eindeutig lösbar.

Aufgabe 1: *(4 Punkte)*
Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$ die Menge aller reeller Matrizen X, für die gilt

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ \alpha & \alpha \end{pmatrix} !$$

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*
Bestimmen Sie, soweit möglich, die inversen Matrizen zu

a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ *d)* $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

und geben Sie gegebenenfalls an, unter welchen Bedingungen an $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ die angegebenen Matrizen *nicht* invertierbar sind.

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
Der Vektorraum P_n aller reeller Polynome vom Grad höchstens n hat unter anderem die Basen $\mathcal{B}_a$ bestehend aus den Polynomen

$$1, \quad (x+a), \quad (x+a)^2, \quad \dots, \quad (x+a)^n .$$

Berechnen Sie die Matrizen für die Basiswechsel von $\mathcal{B}_0$ nach $\mathcal{B}_1$ und von $\mathcal{B}_1$ nach $\mathcal{B}_0$

a) für $n = 3$

b) für beliebiges $n \in \mathbb{N}$!

Abgabe bis zum Freitag, dem 24. Mai 2002, um 12.00 Uhr