WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

3. Mai 2002

3. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Bestimmen Sie eine Basis des Kern der linearen Abbildung $\varphi\colon \begin{cases} \mathbb{F}_2^2 \to \mathbb{F}_2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto x+y \end{cases}$!

2) Richtig oder falsch: Jeder Vektorraum über $\mathbb{F}_4$ ist auch ein Vektorraum über $\mathbb{F}_2$.

3) Richtig oder falsch: Die Binärdarstellung der natürlichen Zahlen macht $\mathbb{N}$ zum Vektorraum über $\mathbb{F}_2$.

4) Richtig oder falsch: $\mathbb{F}_8$ kann als $\mathbb{F}_4$-Vektorraum aufgefaßt werden.

5) Richtig oder falsch: Für $x, y \in \mathbb{F}_{2^N}$ ist $(x+y)^2 = x^2 + y^2$.

Aufgabe 1: (*4 Punkte*)
Zeigen Sie: Für alle $a \in \mathbb{F}_4$ ist $a^4 = a$.

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)

a) Stellen Sie den ggT von 2002 und 1950 als Linearkombination dieser beiden Zahlen dar!

b) Bestimmen Sie im Körper F_{2003} das multiplikative Inverse von 20 !

Aufgabe 3: (*6 Punkte*)
Addition und Multiplikation im Körper $\mathbb{F}_{256}$ seien über das Polynom $P = x^8+x^4+x^3+x+1$ erklärt, und $\alpha \in \mathbb{F}_{256}$ sei so gewählt, daß $P(\alpha) = 0$ ist. Stellen Sie die folgenden Potenzen und Produkte in der Form

$$a + b\alpha + c\alpha^2 + d\alpha^3 + e\alpha^4 + f\alpha^5 + g\alpha^6 + h\alpha^7$$

dar:

a) α^{15} *b)* $(1+\alpha^4)(1+\alpha^5)$ *c)* $(\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4+\alpha^6)^2$ *d)* $(1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3)^2$

Abgabe bis zum Freitag, dem 10. Mai 2002, um 12.00 Uhr