Wolfgang K. Seiler A5, Zimmer C 201
Tel. 2515

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 4. Oktober 2007

a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\ddot{x}(t)+x(t)=0, \qquad x(0)=\sin a, \quad \dot{x}(0)=\cos a$$

via Laplace-Transformation und beweisen Sie so die Additionsformel für $\sin(t+a)$!

b) Wie kann man auf ähnliche Weise die Additionsformel für den Kosinus herleiten?

c) Laut Vorlesung ist $\mathcal{L}\{t^n\}(s)=\frac{n!}{s^{n+1}}$. Konstruieren Sie mit Hilfe dieser Beziehung jene Stammfunktion $F(t)$ von $f(t)=t^n$, für die $F(0)=a$ ist!

d) Lösen Sie das Anfangswertproblem $\dot{y}(t)=\lambda y(t)$ und $y(0)=c$ mit Hilfe von Laplace-Transformationen!

e) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y^{(4)}-16y(t)=0$ mit $y(0)=1$, $\dot{y}(0)=2$, $\ddot{y}(0)=3$ und $y^{(3)}(0)=0$ mit Hilfe einer Tabelle von Laplace-Transformationen!

f) Lösen Sie die Differentialgleichung $y^{(3)}(t)=y(t)$ mit den Anfangsbedingungen $y(0)=0$, $\dot{y}(0)=0$ und $\ddot{y}(0)=0$!

g) Bestimmen Sie *alle* Lösungen der Differentialgleichung $\ddot{y}(t)+4y(t)=6\cos t$!

h) Finden Sie eine Funktion $f(t)$ mit $L\{f(t)\}(s)=\dfrac{1}{s^2(s^2+1)}$!

i) Finden Sie eine Funktion $f(t)$ mit $L\{f(t)\}(s)=\dfrac{s+1}{s^2(s^2+1)}$!

j) Leiten Sie die Laplace-Transformierte $\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$ von $\cos\omega t$ ab nach s und benutzen Sie das Ergebnis zur Konstruktion einer Funktion $f(t)$ mit $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)=\dfrac{1}{(s^2+\omega^2)^2}$!

k) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(t)=\dfrac{1}{1+t^2}$ ist stark abfallend.

l) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(t)=\dfrac{1}{\cosh t}$ ist stark abfallend.

m) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(t)=e^{-|t|}$ ist stark abfallend.

n) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(t)=te^{-t}$ ist stark abfallend.

o) Richtig oder falsch: Die Summe zweier stark abfallender Funktionen ist wieder stark abfallend.

p) Richtig oder falsch: Ist f stark abfallend, so auch jede Potenz f^n mit $n\in\mathbb{N}$.

q) Welche periodischen Funktionen sind stark abfallend?

r) Richtig oder falsch: Wenn die Fourier-Transformierte von $f\in L^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$ existiert, ist f stark abfallend.