

12. November 2007

11. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^2$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine Lösung in $[0, 1]$.
- 2) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^{2/3}$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine reelle Lösung.
- 3) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \tan y(t)$ mit $y(0) = 0$ hat in $[0, 1]$ nur die Nulllösung.
- 4) Für welche Werte von t_0 ist das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = -t/y$ mit $y(t_0) = y_0$ eindeutig lösbar?
- 5) *Richtig oder falsch:* Bei der exakten Differentialgleichung $a(y, t)\dot{y}(t) + b(y, t) = 0$ sei $a(y, t)$ überall von null verschieden. Dann geht durch jeden Punkt (t_0, y_0) höchstens eine Lösungskurve.

Aufgabe 1: (3 Punkte)

- a) Formulieren Sie das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = (3 - 3y(t)) \cdot t^2$ mit $y(0) = 2$ um in eine Fixpunktgleichung und berechnen Sie, ausgehend von $y_0(t) = 2$, mindestens die ersten drei Iterationen zur Bestimmung des Fixpunkts!
- b) Erraten Sie auf Grund dieser Näherungslösungen den Fixpunkt und weisen Sie nach, daß Sie richtig geraten haben!

Aufgabe 2: (8 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

- a) $t(y(t)^2 + 1) + (t^2 + 1)\dot{y}(t) = 0$
- b) $(1 - t)y(t)\dot{y}(t) = 1 - y(t)^2$
- c) $\dot{y}(t) = e^{y(t)} \sin t$
- d) $\dot{y}(t) = \frac{\cos t}{\cos y(t)}$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Finden Sie Differentialgleichungen, deren Lösungskurven durch folgende Gleichungen gegeben sind und geben Sie jeweils an, für welche Anfangsbedingungen $y(t_0) = c_0$ die gefundene Differentialgleichung eine eindeutige Lösung hat!

- a) $3y^4 - 4t^3 = C$ b) $y \cos t + t \sin y = C$

Abgabe bis zum Montag, dem 19. November 2007, um 15.30 Uhr