Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

5. November 2007

10. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Die Differentialgleichung $\ddot{x}(t) + p\dot{x}(t) + qx(t) = 0$ hat genau dann periodische Lösungen, wenn $p^2 < 4q$ ist.

2) Wann hat die Differentialgleichung $x^{(3)}(t) + a\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) = 0$ nur periodische Lösungen?

3) *Richtig oder falsch:* Die Differenzengleichung $x_n = a_1x_{n-1} + \cdots + a_rx_{n-r}$ hat genau dann periodische Lösungen, wenn das Polynom $\lambda^n - a_1\lambda^{n-1} - \cdots - a_r\lambda^{n-r}$ mindestens eine Nullstelle λ hat mit $\lambda^m = 1$ für ein $m \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 1: (*6 Punkte*)

a) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 0\,!$$

b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 4\sin t\,!$$

c) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

Aufgabe 2: (*6 Punkte*)

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 0\,!$$

b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 25\cos 3t + 25\sin 3t\,!$$

c) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)

a) Lösen Sie die Differenzengleichung $x_n = 2x_{n-1} - x_{n-2}$ mit $x_0 = 2$ und $x_1 = 1$!

b) Lösen Sie die Differenzengleichung $x_n = 3x_{n-1} - 3x_{n-2} + x_{n-3}$ mit $x_0 = 1, x_1 = 3$ und $x_2 = 7$!

Abgabe bis zum Montag, dem 12. November 2007, um 15.30 Uhr