Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

10. September 2007

2. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Jedes nichtkonstante komplexe trigonometrische Polynom hat mindestens eine Nullstelle.
2) *Richtig oder falsch:* Falls für ein trigonometrisches Polynome $f \in P_T(\mathbb{R})$ das Integral $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)\,dt = \lim\limits_{\substack{a\to\infty\\ b\to\infty}} \int\limits_{-a}^{b} f(t)\,dt$ existiert, ist f gleich der Nullfunktion.
3) *Richtig oder falsch:* Differentiation definiert eine lineare Abbildung $P_T(\mathbb{R}) \to P_T(\mathbb{R})$, wobei $P_T(\mathbb{R})$ den Vektorraum aller trigonometrischer Polynome mit reellen Koeffizienten bezeichnet.
4) *Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier trigonometrischer Polynome, die nur Sinusterme enthalten, hat eine Fourier-Reihe, die nur Kosinusterme enthält.
5) *Richtig oder falsch:* f, g seien periodisch mit *der* Periode T. Dann ist T auch die Periode von $f + g$.

Aufgabe 1: *(7 Punkte)*
Berechnen Sie, soweit möglich, die folgenden reellen Integrale auf dem Umweg über den Residuensatz!

a) $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{2x\,dx}{x^2+25}$ *b)* $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{20\,dx}{x^2+25}$ *c)* $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{20x\,dx}{(x^2+4)(x^2-2x+2)}$ *d)* $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{20x^2\,dx}{(x^2+4)(x^2-2x+2)}$

Aufgabe 2: *(3 Punkte)*
Bestimmen Sie die reellen und die komplexen Fourier-Reihen der folgenden trigonometrischen Polynome:

a) $f(t) = \sin^2 t - \cos^2 t$ *b)* $g(t) = \sin^3 t + \cos^3 t$ *c)* $h(t) = 1 + \sin t \cos t$

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

a) Sketch the function $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{for } |t| < T/4 \\ 2 & \text{for } T/4 \le |t| \le T/2 \end{cases}$, where $f(t+T) = f(t)$ for all $t \in \mathbb{R}$, over the interval $[-3T, 3T]$!
b) Is f even? odd? both? neither?
c) Compute the real Fourier series of f!

Abgabe bis zum Montag, dem 17. September 2007, um 15.30 Uhr