

9. März 2007

3. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Richtig oder falsch: Jeder Untervektorraum von \mathbb{Q}^n hat eine Basis aus Vektoren mit ganzzahligen Einträgen.
- 2) $\varphi: \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^{10}$ sei eine lineare Abbildung. Welche Werte kann $\dim \text{Bild } \varphi$ annehmen?
- 3) $\varphi: \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^6$ sei eine lineare Abbildung. Welche Werte kann $\dim \text{Kern } \varphi$ annehmen?
- 4) Berechnen Sie in \mathbb{F}_2^{10} die Summe der beiden Vektoren $\vec{v} = (0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$ und $\vec{w} = (1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$!
- 5) Finden Sie einen Vektor $\vec{x} \in \mathbb{F}_2^{10}$ mit $\vec{v} + \vec{x} = \vec{w}$!

Aufgabe 1: (4 Punkte)

- a) Welche Dimension hat der Vektorraum $U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 3y + 5z = 0 \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
- b) Bestimmen Sie eine Basis von U !
- c) Ergänzen Sie diese Basis zu einer Basis von \mathbb{R}^3 !

Aufgabe 2: (5 Punkte)

- a) Bestimmen Sie eine Basis des Untervektorraums

$$U = [\sinh t, \cosh t, \sinh^2 t, \cosh^2 t, e^{-2t}, e^{-t}, 1, e^t, e^{2t}] \subseteq C^0(\mathbb{R}, \mathbb{R})!$$

Dabei ist $\sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$ und $\cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$.

- b) Zeigen Sie: Das Bild der linearen Abbildung $\varphi: U \rightarrow C^0(\mathbb{R}, \mathbb{R}); f \mapsto \frac{df}{dt}$ liegt in U .
- c) Bestimmen Sie eine Basis des Bilds von φ !

Aufgabe 3: (5 Punkte)

- a) Write the gcd (greatest common divisor) of 2007 and 1115 as a linear combination of those two numbers!
- b) Find all pairs (x, y) of integers for which $124x + 256y = 32$!
- c) Find the multiplicative inverse of 10 in the field \mathbb{F}_{2011} !

Abgabe bis zum Freitag, dem 16. März 2007, um 12.00 Uhr