Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

23. Februar 2007

1. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Die leere Menge ist ein Vektorraum über sich selbst.
2) *Richtig oder falsch:* Für $x, y \in \mathbb{F}_2$ gilt die „binomische Formel“

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 = (x+y)(x-y) = x+y\,.$$

3) *Richtig oder falsch:* Für zwei komplexe Zahlen z, w ist $|zw| = |z| \cdot |w|$.
4) *Richtig oder falsch:* $\mathbb{R}$ ist ein $\mathbb{F}_2$-Vektorraum bezüglich der üblichen reellen Addition und der Skalarmultiplikation $0 \cdot x = 0$ und $1 \cdot x = x$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
5) *Richtig oder falsch:* Jeder $\mathbb{R}$-Vektorraum ist gleichzeitig ein $\mathbb{Q}$-Vektorraum,

Aufgabe 1: **(***6 Punkte***)**

a) Berechnen Sie $z_1 = (3+4i)(4+3i)$, $\quad z_2 = \dfrac{3+4i}{4+3i}$, $\quad z_3 = \dfrac{(1+i)^{2007}}{2^{1003}}$ und $z_{4/5} = \pm\sqrt{i}\,!$

b) Zeigen Sie: Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ mit $(a,b) \neq (0,0)$ ist $\left|\dfrac{a+ib}{a-ib}\right| = 1\,!$

Aufgabe 2: **(***5 Punkte***)**

a) Zeigen Sie: Die reellen Polynome vom Grad höchstens vier bilden einen $\mathbb{R}$-Vektorraum.
b) Für welche $a_0 \in \mathbb{R}$ bilden die Polynome vom Grad höchstens vier mit konstantem Koeffizienten a_0 einen Untervektorraum?
c) Ist auch die Menge aller reeller Polynome vom Grad genau vier ein $\mathbb{R}$-Vektorraum?
d) Ist auch die Menge *aller* reeller Polynome ein $\mathbb{R}$-Vektorraum?

Problem 3: **(***5 points***)**
Which of the following sets are vector spaces over the real number field?

$$V_1 = \mathbb{Q}^3, \qquad V_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \,\middle|\, x+2y+3z = 0 \right\}, \qquad V_3 = \left\{ f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R},\mathbb{R}) \,\middle|\, f'(0) = f'(1) \right\}$$

Abgabe bis zum Freitag, dem 2. März 2007, um 12.00 Uhr