

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 9. Oktober 2006

- a) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(t) = |\sin t|$ ist linear unabhängig von den Funktionen $1, \cos kt, \sin \ell t$ mit $k, \ell \in \mathbb{N}$.
- b) *Richtig oder falsch:* Die Funktionen $1, \cos kt, \sin \ell t$ mit $k, \ell \in \mathbb{N}$ bilden ein vollständiges Orthonormalsystem für $L_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.
- c) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine gerade Funktion, so auch $\widehat{f}(\omega)$.
- d) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine ungerade Funktion, so auch $\widehat{f}(\omega)$.
- e) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine gerade Funktion, so auch $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$
- f) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine ungerade Funktion, so auch $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$.
- g) Berechnen Sie die FOURIER- und die LAPLACE-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{für } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} !$$

- h) Berechnen Sie die FOURIER- und die LAPLACE-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{für } |t| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} !$$

- i) Was ist $\mathcal{L}\{e^{\lambda t}\}(s)$ für $\lambda \in \mathbb{R}$?
- j) Gilt dies auch für komplexe λ ?
- k) Berechnen Sie $\mathcal{L}\{\sinh at\}(s)$ und $\mathcal{L}\{\cosh at\}(s)$!
- l) Interpretieren Sie die Ergebnisse für $a = i\omega$!
- m) Berechnen Sie $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$ für $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } [t] \text{ gerade} \\ 0 & \text{falls } [t] \text{ ungerade} \end{cases}$! Stellen Sie das Ergebnis nicht als unendliche Summe dar, sondern als geschlossenen Ausdruck!
- n) Bestimmen Sie die LAPLACE-Transformierte von $g(t) = t - [t]$ und stellen Sie auch hier das Ergebnis in geschlossener Form dar! ($[t] =$ größte ganze Zahl $\leq t$)
- o) Geben Sie für die Funktionen aus den beiden vorigen Aufgaben für jedes $t \in \mathbb{R}$ an, wohin die FOURIER-Reihe der Funktion konvergiert!
- p) Was ist $\mathcal{L}\{t^{2006}e^{-2007t}\}(s)$?
- q) Was ist $\mathcal{L}\{t^{2006}e^{-2007t}\}(s)$?