

## Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 25. September 2006

- a) *Richtig oder falsch:* Die Summe zweier trigonometrischer Polynome ist wieder ein trigonometrisches Polynom.
- b) *Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier trigonometrischer Polynome  $f, g \in P_T(\mathbb{C})$  ist wieder ein trigonometrisches Polynom.
- c) *Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier trigonometrischer Polynome  $f, g \in P_T(\mathbb{R})$  ist wieder ein trigonometrisches Polynom.
- d) *Richtig oder falsch:* Jedes trigonometrische Polynom hat eine Stammfunktion, die selbst ein trigonometrisches Polynom ist.
- e) Bestimmen Sie die reellen und die komplexen FOURIER-Reihen der folgenden Funktionen:

$$f(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right), \quad g(t) = 2 + \cos^3 t \quad \text{und} \quad h(t) = \frac{1 - e^{iNt}}{1 - e^{it}} \quad (N \in \mathbb{N})!$$

- f) Der zweiweggleichgerichtete Sinus ist die Funktion  $f(t) = |\sin t|$ . Skizzieren Sie diese Funktion im Intervall  $[-2\pi, 2\pi]$  und berechnen Sie ihre reelle FOURIER-Reihe!
- g) Die einweggleichgerichtete Sinusfunktion ist  $f(t) = \max(\sin t, 0)$ . Skizzieren Sie auch diese Funktion, und berechnen Sie, ausgehend von der der zweiweggleichgerichteten Sinusfunktion, ihre reelle FOURIER-Reihe ohne zusätzliche Integrationen!
- h) Schließen Sie aus dem vorigen Ergebnis, wiederum ohne neue Integrationen, auf die FOURIER-Reihe der einweggleichgerichteten Kosinusfunktion  $f(t) = \max(\cos t, 0)$ !
- i) Skizzieren Sie die Funktion  $f(t) = t - [t]$ , wobei  $[t]$  die größte ganze Zahl kleiner oder gleich  $t$  bezeichnet, im Intervall  $[0, 5]$ , und berechnen Sie ihre reelle FOURIER-Reihe!
- j) Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei periodisch mit Periode  $4\pi$ , und für  $t \in [-2\pi, 2\pi]$  sei

$$f(t) = \begin{cases} 2\pi + t & \text{für } -2\pi < t \leq -\pi \\ 2\pi & \text{für } -\pi < t \leq \pi \\ 2\pi - t & \text{für } \pi < t \leq 2\pi \end{cases}$$

Skizzieren Sie  $f$  über dem Intervall  $[-4\pi, 4\pi]$  und berechnen Sie die reelle FOURIER-Reihe von  $f$ !

- k) Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei periodisch mit Periode vier, und für  $t \in [-2, 2]$  sei  $f(t) = t^2 - 2$ . Skizzieren Sie  $f$  über dem Intervall  $[-10, 10]$ , und berechnen Sie die reelle FOURIER-Reihe von  $f$ !