Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

11. Dezember 2006

13. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Verdoppelt man alle Werte einer Meßreihe, verdoppelt sich dadurch auch die Standardabweichung.

2) Nach dem Brechungsgesetz gilt für die Winkel α des einfallenden und β des gebrochenen Strahls die Beziehung $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$, wobei n der (relative) Brechungsindex ist. Wie wirken sich Fehler bei der Bestimmung von α und β auf n aus?

3) Zehn Dämonen seien nach den Regeln des Laplaceschen Fehlermodells damit beschäftigt, Ihre Meßergebnisse zu verfälschen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß das Ergebnis trotzdem richtig ist?

4) Eine Meßreihe habe Mittelwert 3,8 und Standardabweichung 0,1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der dritte Meßwert größer als vier?

5) *Richtig oder falsch:* Ist X eine Zufallsvariable mit Erwartungswert x, so ist X^2 eine Zufallsvariable mit Erwartungswert x^2.

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*

a) Der jährliche Höchststand des Pegels Haltern des Flusses Stever ist mit ziemlich guter Genauigkeit normalverteilt mit Mittelwert $4\,\mathrm{m}$ und Standardabweichung $2\,\mathrm{m}$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß er 2007 zwischen zwei und drei Metern liegt?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Fluß nächstes Jahr irgendwann einen Pegelstand von mehr als sieben Meter erreicht?

c) Was können Sie über die entsprechende Wahrscheinlichkeit für letztes Jahr sagen?

d) Ab welchem Pegelstand kann man von einem Jahrhunderthochwasser reden?

e) Was können Sie über Jahrhhunderttiefststände sagen?

Aufgabe 2: *(4 Punkte)*

Ein beliebtes, weil einfaches Verfahren zur näherungsweisen Erzeugung (standard)-normalverteilter Zufallsvariablen besteht darin, daß man zwölf voneinander unabhängige im Intervall $[0,\,1]$ gleichverteilte Zufallsvariablen addiert und sechs vom Ergebnis subtrahiert. Begründen Sie, warum dieses Verfahren einigermaßen brauchbare Ergebnisse liefert!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

a) In zehn preußischen Kavallerieregimentern wurden über zwanzig Jahre hinweg die jährlichen Todesfälle durch Hufschlag gezählt: 109 mal gab es *keine* Todesfälle, 65 mal einen, 22 mal zwei, dreimal drei und einmal kam es vor, daß ein Regiment während eines Jahres vier Tote zu beklagen hatte. Finden Sie eine Poisson-Verteilung, die diese Zahlen ungefähr beschreiben könnte, und vergleichen Sie die aufgrund dieser Verteilung berechneten Wahrscheinlichkeiten mit den beobachteten Häufigkeiten!

b) Welche Verteilung beschreibt näherungsweise die Gesamtzahl der in einem Jahr durch Hufschlag getöteten Offiziere aus allen zehn Regimentern?

Keine Abgabe – Frohe Weihnachten und alles Gute für das Neue Jahr!

Die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$
0,00	0,500000	0,01	0,503989	0,02	0,507978	0,03	0,511966	0,04	0,515953
0,05	0,519939	0,06	0,523922	0,07	0,527903	0,08	0,531881	0,09	0,535856
0,10	0,539828	0,11	0,543795	0,12	0,547758	0,13	0,551717	0,14	0,555670
0,15	0,559618	0,16	0,563559	0,17	0,567495	0,18	0,571424	0,19	0,575345
0,20	0,579260	0,21	0,583166	0,22	0,587064	0,23	0,590954	0,24	0,594835
0,25	0,598706	0,26	0,602568	0,27	0,606420	0,28	0,610261	0,29	0,614092
0,30	0,617911	0,31	0,621720	0,32	0,625516	0,33	0,629300	0,34	0,633072
0,35	0,636831	0,36	0,640576	0,37	0,644309	0,38	0,648027	0,39	0,651732
0,40	0,655422	0,41	0,659097	0,42	0,662757	0,43	0,666402	0,44	0,670031
0,45	0,673645	0,46	0,677242	0,47	0,680822	0,48	0,684386	0,49	0,687933
0,50	0,691462	0,51	0,694974	0,52	0,698468	0,53	0,701944	0,54	0,705401
0,55	0,708840	0,56	0,712260	0,57	0,715661	0,58	0,719043	0,59	0,722405
0,60	0,725747	0,61	0,729069	0,62	0,732371	0,63	0,735653	0,64	0,738914
0,65	0,742154	0,66	0,745373	0,67	0,748571	0,68	0,751748	0,69	0,754903
0,70	0,758036	0,71	0,761148	0,72	0,764238	0,73	0,767305	0,74	0,770350
0,75	0,773373	0,76	0,776373	0,77	0,779350	0,78	0,782305	0,79	0,785236
0,80	0,788145	0,81	0,791030	0,82	0,793892	0,83	0,796731	0,84	0,799546
0,85	0,802337	0,86	0,805105	0,87	0,807850	0,88	0,810570	0,89	0,813267
0,90	0,815940	0,91	0,818589	0,92	0,821214	0,93	0,823814	0,94	0,826391
0,95	0,828944	0,96	0,831472	0,97	0,833977	0,98	0,836457	0,99	0,838913
1,00	0,841345	1,01	0,843752	1,02	0,846136	1,03	0,848495	1,04	0,850830
1,05	0,853141	1,06	0,855428	1,07	0,857690	1,08	0,859929	1,09	0,862143
1,10	0,864334	1,11	0,866500	1,12	0,868643	1,13	0,870762	1,14	0,872857
1,15	0,874928	1,16	0,876976	1,17	0,879000	1,18	0,881000	1,19	0,882977
1,20	0,884930	1,21	0,886861	1,22	0,888768	1,23	0,890651	1,24	0,892512
1,25	0,894350	1,26	0,896165	1,27	0,897958	1,28	0,899727	1,29	0,901475
1,30	0,903200	1,31	0,904902	1,32	0,906582	1,33	0,908241	1,34	0,909877
1,35	0,911492	1,36	0,913085	1,37	0,914657	1,38	0,916207	1,39	0,917736
1,40	0,919243	1,41	0,920730	1,42	0,922196	1,43	0,923641	1,44	0,925066
1,45	0,926471	1,46	0,927855	1,47	0,929219	1,48	0,930563	1,49	0,931888
1,50	0,933193	1,51	0,934478	1,52	0,935745	1,53	0,936992	1,54	0,938220
1,55	0,939429	1,56	0,940620	1,57	0,941792	1,58	0,942947	1,59	0,944083
1,60	0,945201	1,61	0,946301	1,62	0,947384	1,63	0,948449	1,64	0,949497
1,65	0,950529	1,66	0,951543	1,67	0,952540	1,68	0,953521	1,69	0,954486
1,70	0,955435	1,71	0,956367	1,72	0,957284	1,73	0,958185	1,74	0,959070
1,75	0,959941	1,76	0,960796	1,77	0,961636	1,78	0,962462	1,79	0,963273
1,80	0,964070	1,81	0,964852	1,82	0,965620	1,83	0,966375	1,84	0,967116
1,85	0,967843	1,86	0,968557	1,87	0,969258	1,88	0,969946	1,89	0,970621
1,90	0,971283	1,91	0,971933	1,92	0,972571	1,93	0,973197	1,94	0,973810
1,95	0,974412	1,96	0,975002	1,97	0,975581	1,98	0,976148	1,99	0,976705
2,00	0,977250	2,01	0,977784	2,02	0,978308	2,03	0,978822	2,04	0,979325
2,05	0,979818	2,06	0,980301	2,07	0,980774	2,08	0,981237	2,09	0,981691
2,10	0,982136	2,11	0,982571	2,12	0,982997	2,13	0,983414	2,14	0,983823
2,15	0,984222	2,16	0,984614	2,17	0,984997	2,18	0,985371	2,19	0,985738
2,20	0,986097	2,21	0,986447	2,22	0,986791	2,23	0,987126	2,24	0,987455
2,25	0,987776	2,26	0,988089	2,27	0,988396	2,28	0,988696	2,29	0,988989
2,30	0,989276	2,31	0,989556	2,32	0,989830	2,33	0,990097	2,34	0,990358
2,35	0,990613	2,36	0,990863	2,37	0,991106	2,38	0,991344	2,39	0,991576
2,40	0,991802	2,41	0,992024	2,42	0,992240	2,43	0,992451	2,44	0,992656
2,45	0,992857	2,46	0,993053	2,47	0,993244	2,48	0,993431	2,49	0,993613
2,50	0,993790	2,51	0,993963	2,52	0,994132	2,53	0,994297	2,54	0,994457
2,55	0,994614	2,56	0,994766	2,57	0,994915	2,58	0,995060	2,59	0,995201
2,60	0,995339	2,61	0,995473	2,62	0,995604	2,63	0,995731	2,64	0,995855
2,65	0,995975	2,66	0,996093	2,67	0,996207	2,68	0,996319	2,69	0,996427
2,70	0,996533	2,71	0,996636	2,72	0,996736	2,73	0,996833	2,74	0,996928
2,75	0,997020	2,76	0,997110	2,77	0,997197	2,78	0,997282	2,79	0,997365
2,80	0,997445	2,81	0,997523	2,82	0,997599	2,83	0,997673	2,84	0,997744
2,85	0,997814	2,86	0,997882	2,87	0,997948	2,88	0,998012	2,89	0,998074
2,90	0,998134	2,91	0,998193	2,92	0,998250	2,93	0,998305	2,94	0,998359
2,95	0,998411	2,96	0,998462	2,97	0,998511	2,98	0,998559	2,99	0,998605
3,00	0,998650	3,01	0,998694	3,02	0,998736	3,03	0,998777	3,04	0,998817