

20. November 2006

## 10. Übungsblatt Höhere Mathematik II

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Die Differentialgleichung  $\ddot{x}(t) + p\dot{x}(t) + qx(t) = 0$  hat genau dann periodische Lösungen, wenn  $p^2 < 4q$  ist.
- 2) Wann hat die Differentialgleichung  $x^{(3)}(t) + a\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) = 0$  nur periodische Lösungen?
- 3) *Richtig oder falsch:* Die Differenzengleichung  $x_n = a_1x_{n-1} + \dots + a_r x_{n-r}$  hat genau dann periodische Lösungen, wenn das Polynom  $\lambda^n - a_1\lambda^{n-1} - \dots - a_r\lambda^{n-r}$  mindestens eine Nullstelle  $\lambda$  hat mit  $\lambda^m = 1$  für ein  $m \in \mathbb{N}$ .
- 4) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem  $\dot{y}(t) = y(t)^2$  mit  $y(0) = 0$  hat genau eine Lösung in  $[0, 1]$ .
- 5) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem  $\dot{y}(t) = y(t)^{2/3}$  mit  $y(0) = 0$  hat genau eine reelle Lösung.
- 6) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem  $\dot{y}(t) = \tan y(t)$  mit  $y(0) = 0$  hat in  $[0, 1]$  nur die Nulllösung.
- 7) Für welche Werte von  $t_0$  ist das Anfangswertproblem  $\dot{y}(t) = -t/y$  mit  $y(t_0) = y_0$  eindeutig lösbar?

**Aufgabe 1:** (5 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 4 \sin t !$$

- b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 25 \cos 3t + 25 \sin 3t !$$

- c) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

**Aufgabe 2:** (5 Punkte)

- a) Lösen Sie die Differenzengleichung  $x_n = 2x_{n-1} - x_{n-2}$  mit  $x_0 = 2$  und  $x_1 = 1$ !
- b) Lösen Sie die Differenzengleichung  $x_n = 3x_{n-1} - 3x_{n-2} + x_{n-3}$  mit  $x_0 = 1, x_1 = 3$  und  $x_2 = 7$ !

**Aufgabe 3:** (3 Punkte)

- a) Formulieren Sie das Anfangswertproblem  $\dot{y}(t) = (3 - 3y(t)) \cdot t^2$  mit  $y(0) = 2$  um in eine Fixpunktgleichung und berechnen Sie, ausgehend von  $y_0(t) = 2$ , mindestens die ersten drei Iterationen zur Bestimmung des Fixpunkts!
- b) Erraten Sie auf Grund dieser Näherungslösungen den Fixpunkt und weisen Sie nach, daß Sie richtig geraten haben!

Abgabe bis zum Montag, dem 27. November 2006, um 15.30 Uhr