

16. Oktober 2006

5. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $e^{-t} \cos t$ ist stark abfallend.
- 2) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(t) = 1$ für $|t| \leq 1$ und $f(t) = 0$ sonst ist stark abfallend.
- 3) *Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier stark abfallender Funktionen ist stark abfallend.
- 4) *Richtig oder falsch:* Jede stark abfallende Funktion hat mindestens eine stark abfallende Stammfunktion.

Aufgabe 1: (10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme (nur) mit Hilfe der Tabelle von LAPLACE-Transformationen auf der Rückseite des Übungsblatts:

- a) $\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + 4x(t) = te^{-3t}$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$
- b) $\ddot{x}(t) - 9x(t) = \cos 3t$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$
- c) $\ddot{x}(t) + 9x(t) = \cosh 3t$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$
- d) $\dot{x}(t) + 5x(t) = \sin 3t$, $x(0) = 0$
- e) $\ddot{x}(t) + x(t) = \sin t$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- a) Compute the derivatives with respect to s of

$$\mathcal{L}\{\cosh \omega t\}(s) = \frac{s}{s^2 - \omega^2} \quad \text{and} \quad \mathcal{L}\{\sinh \omega t\}(s) = \frac{\omega}{s^2 - \omega^2} !$$

- b) Using *only* the results from a), construct two functions $f(t)$, $g(t)$ such that

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \frac{s}{(s^2 - \omega^2)^2} \quad \text{und} \quad \mathcal{L}\{g(t)\}(s) = \frac{1}{(s^2 - \omega^2)^2} !$$

Aufgabe 3: (2 Punkte)

Bestimmen Sie die alle Funktionen $y(t)$, die der Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + 10\dot{y}(t) + 26y(t) = 10 \cos t + 25 \sin t$$

genügen!

Abgabe bis zum Montag, dem 23. Oktober 2006, um 15.30 Uhr

Einige Laplace-Transformierte

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$
$e^{\lambda t}$	$\frac{1}{s - \lambda}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\sinh \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\cosh \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$
$e^{-\lambda t} - \cos \omega t + \frac{\lambda}{\omega} \sin \omega t$	$\frac{\lambda^2 + \omega^2}{(s^2 + \omega^2)(s + \lambda)}$
$e^{\lambda t} - 2e^{-\lambda t/2} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda t + \frac{\pi}{6}\right)$	$\frac{3\lambda^2}{s^3 - \lambda^3}$
$\sinh \omega t - \sin \omega t$	$\frac{2\omega^3}{s^4 - \omega^4}$
$\cosh \omega t - \cos \omega t$	$\frac{2\omega^2 s}{s^4 - \omega^4}$
$\sinh \omega t + \sin \omega t$	$\frac{2\omega s^2}{s^4 - \omega^4}$
$\cosh \omega t + \cos \omega t$	$\frac{2s^3}{s^4 - \omega^4}$
$\sin \omega t - \omega t \cos \omega t$	$\frac{2\omega^3}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$t \sin \omega t$	$\frac{2\omega s}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$\sin \omega t + \omega t \cos \omega t$	$\frac{2\omega s^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$2 \cos \omega t - \omega t \sin \omega t$	$\frac{2s^3}{(s^2 + \omega^2)^2}$