

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 12. Juli 2006

Natürlich sind gerade diese Woche mehr noch als sonst auch alle früheren Themenvorschläge und Übungsblätter relevant, eventuell auch die Schein- und Vordiplomsklausuren vergangener Jahre. Trotzdem folgen hier noch wenigstens ein paar Themenvorschläge zum Vorlesungsstoff dieser Woche

- a) *Richtig oder falsch:* Für die Funktion $f \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ verschwinde die JACOBI-Matrix überall. Dann gibt es einen Punkt $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^m$, so daß $f(\mathbf{x}) = \mathbf{a}$ für alle $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.
- b) *Richtig oder falsch:* Wenn die Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ überall und zu jeder beliebigen Ordnung stetige partielle Ableitungen hat, ist sie um jeden Punkt durch eine TAYLOR-Reihe darstellbar.
- c) Berechnen Sie die JACOBI-Matrix des Vektorfelds

$$(x, y, z) \mapsto \vec{V}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + y + z \\ yz + xz + xy \\ xyz \end{pmatrix}$$

auf \mathbb{R}^3 !

- d) Bestimmen Sie Divergenz und Rotation von \vec{V} !
- e) *ditto* für $\vec{W}: \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^3$; $\vec{v} \mapsto \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$!
- f) Was sind die Divergenz und die Rotation der linearen Funktion

$$\vec{L}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; \quad (x, y, z) \mapsto \begin{pmatrix} a_0 + a_1x + a_2y + a_3z \\ b_0 + b_1x + b_2y + b_3z \\ c_0 + c_1x + c_2y + c_3z \end{pmatrix} ?$$

- g) Berechnen Sie $\operatorname{div} \operatorname{grad} e^{-(x^2+y^2+z^2)}$!

- h) Berechnen Sie die Rotation des Vektorfelds $\vec{V}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$; $(x, y, z) \mapsto \begin{pmatrix} -y^2 - z^2 \\ -x^2 - z^2 \\ -x^2 - y^2 \end{pmatrix}$!

- i) Berechnen Sie die Rotation des Vektorfelds $\vec{W}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$; $(x, y, z) \mapsto \begin{pmatrix} yz^2 \\ x^2z \\ xy^2 \end{pmatrix}$!