Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515
A5, C201

30. Juni 2006

10. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Die Niveaulinien $N_a(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x,y) = a\}$ der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zu den Funktioneswerten $a \in \mathbb{R}$ seien die Geraden $y = a - x$. Was ist f?

2) Der Graph $\Gamma_f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x,y) = z\}$ der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit Koordinaten x,y in $\mathbb{R}^2$ und z in $\mathbb{R}$ sei die Fläche, die aus der Parabel $z = 1 - x^2$ durch Rotation um die z-Achse entsteht. Was ist f?

3) *Richtig oder falsch:* $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$ und $g\colon \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ seien differenzierbare Abbildungen. Dann ist auch $f \circ g\colon \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^p$ differenzierbar und $J_{f\circ g}(\boldsymbol{x}) = J_g(\boldsymbol{x}) \cdot J_f\big(g(\boldsymbol{x})\big)$.

4) *Richtig oder falsch:* Die partielle Ableitung f_{xy} von $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ verschwindet genau dann überall, wenn es Funktionen $g, h \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ gibt, so daß $f(x,y) = g(x) + h(y)$ ist.

5) Finden Sie eine Funktion $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}) \setminus \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$!

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*

a) Find the biggest domain $D \subseteq \mathbb{R}^3$ such that $f\colon \begin{cases} D \to \mathbb{R} \\ (x,y,z) \mapsto x \cdot e^{xy/z} \end{cases}$ defines a function!

b) What is the derivative of f?

c) Calculate the Hesse-matrix of f!

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades für die Funktion

a) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; \quad (x,y) \mapsto e^{x^2+y^3}$

b) $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; \quad (x,y) \mapsto \ln(x + \cos^2 y)$

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*

Entscheiden Sie für die folgenden Funktionen, wo diese eindeutig in der Form $y = f(x)$ nach y aufgelöst werden können, und bestimmen Sie dort die Ableitung $y' = f'(x)$!

a) $F(x,y) = x \sin y + \cos y + \cos 2x = 0$

b) $F(x,y) = x \cos y + e^{\sin x} = 0$

Abgabe bis zum Freitag, dem 7. Juli 2006, um 12.00 Uhr