Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

23. Juni 2006

9. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

U sei ein Untervektorraum eines Euklidischen Vektorraums V und $\pi_U\colon V \to U$ die orthogonale Projektion auf U.

1) *Richtig oder falsch:* Für einen Vektor $\vec{v} \in V$ ist $|\vec{v}| = |\pi_U(\vec{v})|$ genau dann, wenn $\vec{v}$ in U liegt.

2) *Richtig oder falsch:* Für zwei Vektoren $\vec{v}, \vec{v}\,' \in V$ ist $\vec{v} \cdot \vec{v}\,' = \pi_U(\vec{v}) \cdot \pi_U(\vec{v}\,')$ genau dann, wenn $\vec{v}$ und $\vec{v}\,'$ in U liegen

3) Was ist $(\pi_{U^\perp} \circ \pi_U)(\vec{v})$?

4) Was ist $\pi_U\left(\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}\right)$ für $V = \mathbb{R}^2$ und $U = \left\{\begin{pmatrix}x\\x\end{pmatrix} \,\middle|\, x \in \mathbb{R}\right\}$?

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)
Berechnen Sie die QR-Zerlegung der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -3 & 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}$!

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)

a) Zeigen Sie: Zu jedem Vektor $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ mit $|\vec{v}| = 1$ gibt es einen Winkel α, so daß $\vec{v} = \begin{pmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{pmatrix}$ ist!

b) Zeigen Sie: Zu jeder orthogonalen 2×2-Matrix $Q = \begin{pmatrix} a & b \\ d & e \end{pmatrix}$ gibt es einen Winkel φ, so daß $Q = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$ oder $Q = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ \sin\varphi & -\cos\varphi \end{pmatrix}$ ist! (*Hinweis:* Verwenden Sie die Additionsregeln für trigonometrische Funktionen!)

c) Bestimmen Sie alle unitären 1×1-Matrizen!

Aufgabe 3: (*6 Punkte*)

a) Die Anzahl Studenten, die an den kleinen Übungen teilnahmen, zeigte in diesem Semester bislang den folgenden Verlauf:

Woche:	1	4	5	6	7	9
Anwesende:	45	33	32	36	33	24

Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem für die Koeffizienten der Ausgleichsgerade auf und lösen Sie dieses!

b) Welchen Korrelationskoeffizient haben Wochennummer und Teilnehmerzahl?

c) Stellen Sie auch ein LGS auf für die Koeffizienten der bestmögliche quadratischen Funktion durch diese Daten und lösen Sie es!

d) Schätzen Sie sowohl auf Grund des linearen wie auch des quadratischen Modells, wie viele Studenten in der letzten Woche des Semesters (Woche 13) in den kleinen Übungen sein werden!

Abgabe bis zum Freitag, dem 30. Juni 2006, um 12.00 Uhr