Wolfgang K. Seiler — D7,27, Zimmer 401
Tel. 2515

Kleine Übungen am 21. Dezember 1999

• Rückgabe und Besprechung der Übungsblätter •
• Fragen zur Vorlesung und zu vergangenen Übungen •
• Fragen und Beispiele zum aktuellen Vorlesungsstoff •

Themenvorschläge

a) Diskutieren Sie das Langzeitverhalten der Lösungen der folgenden Differentialgleichungssysteme:

$$\dot{x}(t) = y(t) \qquad \dot{y}(t) = -x(t) \tag{1}$$
$$\dot{x}(t) = 4x(t) + 8y(t) \qquad \dot{y}(t) = -8x(t) + 4y(t) \tag{2}$$
$$\dot{x}(t) = -4x(t) - 8y(t) \qquad \dot{y}(t) = 8x(t) - 4y(t) \tag{3}$$
$$\dot{x}(t) = 4x(t) + 8y(t) \qquad \dot{y}(t) = 8x(t) + 4y(t) \tag{4}$$
$$\dot{x}(t) = -4x(t) - 8y(t) \qquad \dot{y}(t) = -8x(t) - 4y(t) \tag{5}$$
$$\dot{x}(t) = 8x(t) + 4y(t) \qquad \dot{y}(t) = 4x(t) + 8y(t) \tag{6}$$
$$\dot{x}(t) = -8x(t) - 4y(t) \qquad \dot{y}(t) = -4x(t) - 8y(t) \tag{7}$$

b) Bestimmen Sie alle Gleichgewichtslösungen des folgenden Systems:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= x(t)^2 + y(t)^2 - z(t)^2\\ \dot{y}(t) &= x(t)^2 - y(t)^2 + z(t)^2\\ \dot{z}(t) &= -x(t) + y(t)^2 - 2z(t)\end{aligned}$$

c) Überlegen Sie sich, daß der Nullpunkt ein Fixpunkt der folgenden Systeme ist und bestimmen Sie sein Stabilitätsverhalten:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -2x(t) + y(t)^2 + x(t)z(t)\\ \dot{y}(t) &= 3x(t)^2 - y(t) + z(t)\\ \dot{z}(t) &= -2x(t)z(t) - y(t) - z(t)\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= 2x(t) + y(t)^2 + x(t)z(t)\\ \dot{y}(t) &= -3x(t)^2 - y(t) + z(t)\\ \dot{z}(t) &= -2x(t)z(t) - y(t) - z(t)\end{aligned} \tag{9}$$

d) Die Niveaulinie der Funktion $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zum Wert a sei die Gerade $y = x - a$. Was ist f?

e) Der Graph der Funktion $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit Koordinaten x, y in $\mathbb{R}^2$ und z in $\mathbb{R}$ sei die Fläche, die aus der Parabel $z = x^2$ durch Rotation um die z-Achse entsteht. Was ist f?