WOLFGANG K. SEILER D7,27, ZIMMER 401
Tel. 2515

Kleine Übungen am 23. November 1999

• Rückgabe und Besprechung der Übungsblätter •
• Fragen zur Vorlesung und zu vergangenen Übungen •
• Fragen und Beispiele zum aktuellen Vorlesungsstoff •

Themenvorschläge

a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\ddot{x}(t) + x(t) = 0, \qquad x(0) = \sin a, \quad \dot{x}(t) = \cos a$$

via Laplace-Transformation und beweisen Sie so die Additionsformel für $\sin(x + a)$.

b) Wie kann man auf ähnliche Weise die Additionsformel für den Cosinus herleiten?

c) Was ist $\mathcal{L}\{t^2 f(t)\}(s)$?

d) Was ist $\mathcal{L}\{t^{1999} e^{-2000}\}(s)$?

e) Was ist $\mathcal{L}\{t^{1999} e^{-2000t}\}(s)$?

f) Für $x \in \mathbb{R}$ sei $[x]$ die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist. Bestimmen Sie die LAPLACE-Transformierte von $x - [x]$!

g) Lösen Sie die Differentialgleichung $y^{(3)}(t) = y(t)$ mit den Anfangsbedingungen $y(0) = 0$ und $\dot{y}(0) = 1$!

h) Finden Sie einen vierdimensionalen Vektorraum von Lösungen der Differentialgleichung $y^{(4)}(t) = y(t)$ und bestimmen Sie dasjenige Element des Lösungsraums, für das $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 2$, $\ddot{y}(0) = 3$ und $y^{(3)}(0) = 0$ ist!

i) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y^{(4)} - 16y(t) = 0$ mit $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 2$, $\ddot{y}(0) = 3$ und $y^{(3)}(0) = 0$ mit Hilfe einer Tabelle von LAPLACE-Transformationen.

j) Schreiben Sie die Gleichung $y^{(3)}(t) - \ddot{y}(t) - y(t) = 5$ um in ein System von linearen Differentialgleichungen erster Ordnung!

k) Bestimmen Sie den Lösungsraum des Differentialgleichungssystems

$$\dot{y}_1(t) = \lambda_1 y_1(t), \quad \dot{y}_2(t) = \lambda_2 y_2(t), \quad \ldots \quad \dot{y}_n(t) = \lambda_n y_n(t) \;!$$

l) Erraten Sie eine spezielle Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\dot{x}(t) = y(t), \quad \dot{y}(t) = 1 - x(t)$$

und geben Sie dann die allgemeine Lösung dieses Systems an!

m) Berechnen Sie die Matrizen $e^{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \quad e^{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \quad e^{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}$!