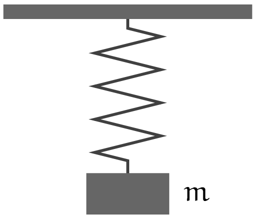
WOLFGANG K. SEILER D7,27, ZIMMER 401
Tel. 2515

Kleine Übungen am 16. November 1999

• Rückgabe und Besprechung der Übungsblätter •
• Fragen zur Vorlesung und zu vergangenen Übungen •
• Fragen und Beispiele zum aktuellen Vorlesungsstoff •

Themenvorschläge



a) Eine senkrecht schwingende Masse m an einer Feder genügt der Differentialgleichung $m\ddot{x}(t) + \lambda x(t) = g$, wobei g die konstante Erdbeschleunigung ist. Lösen Sie diese Differentialgleichung und vergleichen Sie mit der Vorlesung, wo (trotz der falschen Zeichnung an der Tafel) das entsprechende Problem für eine waagrecht schwingende Masse gelöst wurde!

b) Laut Vorlesung ist $\mathcal{L}\{t^n\}(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$. Konstruieren Sie mit Hilfe dieser Beziehung jene Stammfunktion $F(t)$ von $f(t) = t^n$, für die $F(0) = a$ ist.

c) Was ist $\mathcal{L}\{e^{\lambda t}\}(s)$?

d) Lösen Sie das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \lambda y(t)$ und $y(0) = c$ mit Hilfe von LAPLACE-Transformationen!

e) Berechnen Sie $\mathcal{L}\{\sqrt{t}\}(s)$; Sie können dabei voraussetzen, daß $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$ ist.

f) Zeigen Sie: $\mathcal{L}\{tf(t)\}(s) = -\dfrac{d}{ds}\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$!

g) Für welche $s \in \mathbb{R}$ existiert $\mathcal{L}\left\{\frac{1}{t}\right\}(s)$?

h) Was ist die LAPLACE-Transformierte eines Rechteckimpulses?

i) Für eine reelle Zahl t ist bekanntlich $[t]$ die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich t ist. Die Funktion f sei so definiert, daß $f(t) = 1$, falls $[t]$ gerade ist und null sonst. Veranschaulichen Sie sich die Funktion f und berechnen Sie $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$! Stellen Sie das Ergebnis nicht als unendliche Summe dar, sondern als geschlossenen Ausdruck!

j) Berechnen Sie $\mathcal{L}\{\sinh at\}(s)$ und $\mathcal{L}\{\cosh at\}(s)$!

k) Lösen Sie das Anfangswertproblem $\ddot{y}(t) = y(t)$ mit $y(0) = a$ und $\dot{y}(0) = b$!

l) Lösen Sie das Anfangswertproblem $\ddot{y}(t) + y(t) = \sin 3t$ mit $y(0) = \dot{y}(0) = 1$!