Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

D7,27, Zimmer 401

Kleine Übungen am 9. November 1999

• Rückgabe und Besprechung der Übungsblätter •
• Fragen zur Vorlesung und zu vergangenen Übungen •
• Fragen und Beispiele zum aktuellen Vorlesungsstoff •

Themenvorschläge

a) Wie kann man $\sin(t) \cdot \delta(t)$ als Distribution defininieren?

b) Was ist $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \cos(t)\big(\delta(t) + \delta(t-\pi) + \delta(t+\pi)\big)\, dt$?

c) Was ist $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(1+\frac{\pi i}{4}\right)t} \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t+k)\, dt$?

d) Kann man eine (inverse) Fourier-Transformierte von $\sin t$ als *Distribution* definieren?

e) Gilt für die Faltung das Kommutativgesetz $f * g = g * f$?

f) Gilt das Assoziativgesetz $(f * g) * h = f * (g * h)$?

g) Gilt das Distributivgesetz $(\lambda f + \mu g) * h = \lambda \cdot (f * h) + \mu \cdot (g * h)$?

h) Läßt sich der Ausdruck $(f + g) * (f - g)$ vereinfachen?

i) Berechnen Sie für Rechteckimpulse f_a mit $f_a(t) = 1$ für $|t| < a$ und null sonst die Faltung $f_a * f_b$!

j) Berechnen Sie die Faltung $f_a * \Theta$ mit der Heaviside-Funktion $\Theta(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \geq 0 \\ 0 & \text{falls } x < 0 \end{cases}$!

k) Finden Sie zu einer beliebigen Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine von f verschiedene Funktion, so daß für alle $t \in \mathbb{Z}$ gilt: $f(t) = g(t)$. Folgern Sie daraus, daß die Frequenzabschätzung aus dem Satz von Nyquist scharf ist!

l) Finden Sie eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die das Anfangswertproblem

$$\ddot{f}(t) + 4f(t) = 0 \quad \text{mit} \quad f(0) = \dot{f}(0) = 1$$

löst!

m) Dasselbe für $\ddot{f}(t) - 4f(t) = 0$ mit $f(0) = \dot{f}(0) = 1$.

n) Zeigen Sie: Die Funktion $f(t) = \begin{cases} 1 - \cos t & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ ist stetig, und für alle $t \neq 0$ gilt

$$\ddot{f}(t) + f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t > 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}.$$

o) Finden Sie eine stetige Funktion f, so daß für $t \neq 0$ gilt

$$\ddot{f}(t) + f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t > 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad f(\pi) = 0,\ \dot{f}(\pi) = 3\,.$$