Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

D7,27, Zimmer 401

Kleine Übungen am 8. Februar 2000

• Rückgabe und Besprechung der Übungsblätter •

• Fragen zur Vorlesung und zu vergangenen Übungen •

• Fragen und Beispiele zum aktuellen Vorlesungsstoff •

Themenvorschläge

a) Berechnen Sie die Bogenlänge der Parabel $y = x^2$ zwischen den beiden Punkten $(0,0)$ und $(2,4)$!

b) Berechnen Sie die Länge der Kurve $y = \sinh\frac{x}{a}$ über dem Intervall $[-c,c]$!

c) Der Graph der Funktion $y = f(x)$ über dem Intervall $[a,b] \subseteq \mathbb{R}$ werde parametrisiert durch $\gamma\colon [a,\,b] \to \mathbb{R}^2;\quad t \mapsto \big(t, f(t)\big)$. Unter welchen Bedingungen ist das ein reguläres Kurvenstück?

d) Nun sei $b \ge a \ge 0$, und derselbe Graph werde parametrisiert durch $\widetilde{\gamma}\colon [\sqrt{a},\,\sqrt{b}] \to \mathbb{R}^2;$ $t \mapsto \big(t^2, f(t^2)\big)$. Sind diese beiden Kurvenstücke äquivalent?

e) Das Vektorfeld $\vec{V}$ sei gegeben durch

$$\vec{V}(x,y,z) = \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$$

und die Wege $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ durch

$$\gamma_1\colon \begin{cases} [0,20\pi] \to \mathbb{R}^3 \\ \qquad t \mapsto (\cos t, \sin t, t) \end{cases}, \quad \gamma_2\colon \begin{cases} [0,20\pi] \to \mathbb{R}^3 \\ \qquad t \mapsto (1,0,t) \end{cases}$$

und

$$\gamma_3\colon \begin{cases} [0,20\pi] \to \mathbb{R}^3 \\ \qquad t \mapsto \begin{cases} (\cos 2t, \sin 2t, 0) & \text{falls } t \le 10\pi \\ \big(1,0,2(t-10\pi)\big) & \text{falls } t \ge 10\pi \end{cases} \end{cases}.$$

Berechnen Sie die Integrale von $\vec{V}$ längs der γ_i! Ist das Vektorfeld $\vec{V}$ konservativ?

f) Betrachten Sie die Raute mit Ecken $(1,0)$, $(-1,0)$, $(0,2)$ und $(0,-2)$ als Normalbereich und berechnen Sie ihren Flächeninhalt durch Integration!