Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

D7,27, Zimmer 401

Kleine Übungen am 25. Januar 2000

• Rückgabe und Besprechung der Übungsblätter •
• Fragen zur Vorlesung und zu vergangenen Übungen •
• Fragen und Beispiele zum aktuellen Vorlesungsstoff •

Themenvorschläge

a) Eine Elektrizitätsgesellschaft hat zwei Kraftwerke; beim einen sind die Kosten für die Produktion der Leistung x angenähert gleich

$$400\,000 + x + \frac{x^2}{2},$$

beim anderen

$$200\,000 + \frac{x}{3} + x^2.$$

Wie sollte man die beiden Kraftwerke einsetzen, um mit minimalen Kosten die Leistung L zu produzieren? Gehen Sie davon aus, daß aus technischen Gründen beide Kraftwerke ständig im Einsatz sein sollen.

b) Die Matrixexponentialfunktion $t \mapsto e^{At}$ definiert für eine $n \times n$-Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine differenzierbare Funktion $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^{n\times n} \cong \mathbb{R}^{n^2}$. Berechnen Sie deren Jacobi-Matrix im Punkt $t = t_0$!

c) Berechnen Sie die Jacobi-Matrix von

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; \quad (x,y) \mapsto \begin{pmatrix} (x+y)^2 \\ (x-y)^2 \end{pmatrix} !$$

d) $\varphi\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ sei eine lineare Abbildung. Wie kann man ihre Jacobi-Matrix durch Begriffe aus der linearen Algebra charakterisieren?

e) Was sind die Divergenz und die Rotation der linearen Funktion

$$L\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; \quad (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} a_0 + a_1x + a_2y + a_3z \\ b_0 + b_1x + b_2y + b_3z \\ c_0 + c_1x + c_2y + c_3z \end{pmatrix} ?$$

f) Berechnen Sie

$$\operatorname{div}\operatorname{grad} e^{-(x^2+y^2+z^2)} !$$

g) Berechnen Sie die Rotation des Vektorfelds

$$V\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; \quad (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} -y^2 - z^2 \\ -x^2 - z^2 \\ -x^2 - y^2 \end{pmatrix} !$$