WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

D7,27, ZIMMER 401

18. November 1999

5. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Was ist $\mathcal{L}\{\sin(at+b)\}(s)$?

2) Was ist $\mathcal{L}\{\delta(t)\}(s)$?

3) *Richtig oder falsch:* Falls es reelle Zahlen c, M gibt, so daß $|f(t)| < Me^{ct}$ ist für alle $t \geq 0$, existiert $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$ für alle $s \in \mathbb{C}$ mit $\Re s > c$.

4) *Richtig oder falsch:* Für ein homogenes lineares Differentialgleichungssystem mit konstanten Koeffizienten seien nur für r der n Funktionen Anfangsbedingungen festgelegt. Dann bilden die Lösungen, die diesen Anfangsbedingungen genügen, einen $(n-r)$-dimensionalen Vektorraum.

5) *Richtig oder falsch:* Für eine invertierbare Matrix A ist $e^{A^{-1}} = (e^A)^{-1}$.

Aufgabe 1: (*10 Punkte)*
Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme mit Hilfe einer Tabelle von LAPLACE-Transformationen (z.B. BRONSTEIN/SEMENDJAJEW, 4.4.3):

a) $\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + 4x(t) = te^{-3t}, \quad x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0$

b) $\ddot{x}(t) - 9x(t) = \cos 3t, \quad x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0$

c) $\ddot{x}(t) + 9x(t) = \cosh 3t, \quad x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0$

d) $\dot{x}(t) + 5x(t) = \sin 3t, \quad x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0$

e) $\ddot{x}(t) + x(t) = \sin t, \quad x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0$

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

a) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei periodisch mit Periode T. Dann ist $\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \frac{1}{1-e^{-Ts}} \int\limits_0^T f(t)e^{-st}\,dt$.

b) Berechnen Sie $\int\limits_0^T (1-\cos\omega t)e^{-st}\,dt$ für $T = 2\pi/\omega$ aus der (bekannten) LAPLACE-Transformierten von $1-\cos\omega t$!

c) Betrachten Sie nun die Funktion mit Periode $2T$, für die gilt

$$f(t) = \begin{cases} 1-\cos\omega t & \text{falls } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{falls } T \leq t \leq 2T \end{cases},$$

und berechnen Sie deren LAPLACE-Transformierte!

d) $f(t)$ sei der Rechteckimpuls mit Periode 2π, der zwischen 0 und π gleich einer Konstanten c ist und gleich null für den Rest der Periode. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\ddot{x}(t) + 4x(t) = f(t) \quad \text{mit} \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0\,.$$

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 25. November 1999 um 14.15 Uhr