Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

D7,27, Zimmer 401

4. November 1999

3. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Es gibt eine Distribution η, so daß für jede Funktion $f \in L^2(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ gilt: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)\eta(t)\,dt = \dot{f}(0)$.
2) *Richtig oder falsch:* Es gibt eine Distribution η, so daß für jede Funktion $f \in L^2(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ gilt: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)\eta(t)\,dt = f(0)^2$.
3) Was ist $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)\big(\delta(t-1) + \delta(t+1)\big)\,dt$?
4) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von $\delta(t-1) + \delta(t+1)$!
5) *Richtig oder falsch:* Die periodische Funktion f werde überall durch ihre Fourier-Reihe $\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{i\omega_0 k}$ dargestellt. Dann ist $f(t) = \check{g}(t)$ mit $g(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \delta(\omega - k\omega_0)$.

Aufgabe 1: (*4 Punkte)*

a) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte der Funktion

$$f(t) = (N_\sigma * N_\tau)(t) \quad \text{mit} \quad N_\sigma(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}} \text{ !}$$

b) Zeigen Sie, daß $N_\sigma * N_\tau = N_{\sqrt{\sigma^2+\tau^2}}$ ist!

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

a) Berechnen Sie die Faltung $f * g_a$ für $f(t) = \cos t$ und $g_a(t) = \begin{cases} \frac{1}{2a} & \text{falls } |t| \le a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ in Abhängigkeit von der reellen Zahl $a > 0$!
b) Wie verhält sich $f * g_a$ für $a \to 0$ und $a \to \infty$?
c) Zeigen Sie: Für eine beliebige Funktion f ist $f * \delta = f$!

Aufgabe 3: (*6 Punkte)*

Berechnen Sie mit Hilfe der bekannten Fourier-Transformation eines Rechteckimpulses die Fourier-Transformierten der folgenden Funktionen:

a) $f(t) = \dfrac{\sin t}{t}$ b) $\dfrac{\sin^2 t}{t^2}$ c) $f(t) = \begin{cases} t & \text{falls } |t| \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Ab heute sind die großen Übungen im Hörsaal EW 242!

Gehen Sie von der Mensa kommend durch den ersten Torbogen des Schlosses, dann sofort nach links. Die erste Tür dort führt Sie in ein Treppenhaus; gehen Sie hoch ins zweite Obergeschoß. Am Ende der Treppe stehen Sie direkt vor einer der Türen des Hörsaals.

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 11. November 1999 um 14.15 Uhr