WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

D7,27, ZIMMER 401

13. Januar 2000

11. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Für $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ ist die HESSE-Matrix diagonalisierbar.

2) Richtig oder falsch: Wenn die Funktion $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ überall und zu jeder beliebigen Ordnung stetige partielle Ableitungen hat, ist sie um jeden Punkt durch eine TAYLOR-Reihe darstellbar.

3) Richtig oder falsch: Sei $D \subset \mathbb{R}^2$. Falls für $f \in \mathcal{C}^1(D, \mathbb{R})$ überall $\operatorname{grad} f \neq \vec{0}$ ist, kann $f(x, y) = 0$ überall eindeutig nach y aufgelöst werden.

4) Wo und wie kann die Gleichung $y^2 - x^2 = 0$ eindeutig nach y aufgelöst werden?

5) Richtig oder falsch: $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ sei differenzierbar. Falls f in einem Punkt $\mathbf{x}$ des Würfels $-1 \le x_i \le 1$ für $i = 1, \dots, n$ ein Maximum annimmt, ist dort $\operatorname{grad} f = \vec{0}$.

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)

a) Berechnen Sie das TAYLOR-Polynom zweiten Grades von

$$f(x, y) = \ln(x + \cos^2 y)$$

um den Nullpunkt!

b) Stellt die TAYLOR-Reihe von f um $(0, 0)$ die Funktion f auf ganz $\mathbb{R}^2$ dar?

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)

Entscheiden Sie für die folgenden Funktionen, wo diese in der Form $y = g(x)$ nach y aufgelöst werden können, und bestimmen Sie dort die Ableitung $y' = g'(x)$!

a) $F(x, y) = x \sin y + \cos y + \cos 2y = 0$

b) $F(x, y) = x^y - y^x = 0$

Aufgabe 3: (*5 Punkte*)

a) Bestimmen Sie die Maxima und Minima von $f(x, y) = xy$ auf der Kreislinie $x^2 + y^2 = 1$!

b) Bestimmen Sie die Maxima und Minima von $f(x, y, z) = xyz$ auf der Kugeloberfläche $x^2 + y^2 + z^2 = 1$!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 20. Januar 2000, um 14.15 Uhr