Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

D7,27, Zimmer 401

21. Oktober 1999

1. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Die Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(t) = 1$ für $0 \le t \le 1$ und $f(t) = 0$ sonst ist stark abfallend.

2) Richtig oder falsch: Die Funktion $e^{-t} \cos t$ ist stark abfallend.

3) Richtig oder falsch: Das Produkt zweier stark abfallender Funktionen ist stark abfallend.

4) Richtig oder falsch: Der Quotient zweier stark abfallender Funktionen ist stark abfallend.

5) Richtig oder falsch: $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ ist ein Untervektorraum von $L^2(\mathbb{R}, \mathbb{C})$.

Aufgabe 1: (*6 Punkte)*
Berechnen Sie die reellen Fourier-Reihen der folgenden Funktionen:

a) $f(t) = t$ für $0 \le t < \pi$, periodisch fortgesetzt auf $\mathbb{R}$ mit Periode π.

b) $f(t) = \cosh t$ für $-\pi < t \le \pi$, periodisch fortgesetzt auf $\mathbb{R}$ mit Periode 2π.

Aufgabe 2: (*9 Punkte)*

Für jedes $T > 1$ sei eine Funktion $f_T: \begin{cases} \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \to \mathbb{R} \\ \qquad t \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } -\frac{1}{2} \le t \le \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$ definiert; sie werde periodisch fortgesetzt auf ganz $\mathbb{R}$ mit Periode T.

a) Skizzieren Sie die Funktion f_T im Intervall $[-2T, 2T]$!

b) Zeigen Sie, daß f_T eine Fourier-Reihe der Form $a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{2k\pi}{T} \cdot t\right)$ hat!

c) Berechnen Sie die Koeffizienten a_k!

d) Finden Sie eine Funktion $C: \mathbb{R} \to \mathbb{R};\ \omega \mapsto C(\omega)$, für die gilt $a_k = C\left(\frac{2k\pi}{T}\right)$!

e) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von $f_\infty: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ t \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } -\frac{1}{2} \le t \le \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$ und vergleichen Sie mit $C(\omega)$!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 28. Oktober 1999 um 14.15 Uhr