Wolfgang K. Seiler
Tel. 8847

D7,27, Zimmer 401

30. April 1999

3. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Ein lineares Gleichungssystem ist unlösbar, wenn die Anzahl der Gleichungen die Anzahl der Variablen übersteigt.

2) Richtig oder falsch: Ein lineares Gleichungssystem kann keine eindeutig bestimmte Lösung haben, wenn die Anzahl der Variablen die Anzahl der Gleichungen übersteigt.

3) Richtig oder falsch: Wenn ein homogenes Gleichungssystem eine nichttriviale rationale Lösung hat, hat es auch eine nichttriviale ganze Lösung.

4) (vier Zeilen, zwei Punkte) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $(1-i)x+(1+i)y=4$ und $ix-iy=-2$ über den komplexen Zahlen!

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*
Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $a \in k$ die Lösungsmenge von

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & ax_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 1 \\ x_1 & + & (a+1)x_2 & & & - & x_4 & = & 8-9a \\ -2x_1 & - & 2ax_2 & - & ax_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\ -2x_1 & - & 2ax_2 & - & 3ax_3 & + & 4x_4 & = & 4 \end{array}$$

Aufgabe 2: (*4 Punkte)*
Für jede ganze Zahl $n \in \mathbb{Z}$ sei, wie in Aufgabe 2 des vorigen Übungsblatts,

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 2n & n(2n+1) \\ 0 & 1 & 2n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie unter Verwendung des dortigen Resultats, daß das lineare Gleichungssystem

$$A_n \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

für jedes $n \in \mathbb{Z}$ genau eine ganzzahlige Lösung hat, und bestimmen Sie diese!

Aufgabe 3: (*6 Punkte)*
Bestimmen Sie, soweit möglich, die inversen Matrizen zu

a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ *d)* $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

und geben Sie gegebenenfalls an, unter welchen Bedingungen an $a, b, c, d \in k$ die angegebenen Matrizen *nicht* invertierbar sind.

Abgabe bis zum Freitag, dem 7. Mai 1999 um 12.00 Uhr