Wolfgang K. Seiler
Tel. 8847

D7,27, Zimmer 401

9. Juli 1999

13. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine reelle periodische Funktion, so sind alle Koeffizienten der Fourierreihe $\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ki\omega t}$ reel.

2) *Richtig oder falsch:* In der reell geschriebenen Fourierreihe von $f(t) = |\sin t|$ kommen keine Cosinusterme vor.

3) *Richtig oder falsch:* Falls die Fourierreihe $c + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos j\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega t$ konvergiert, konvergiert sie gegen eine stetige Funktion.

4) *Richtig oder falsch:* Die stetige Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei periodisch mit Periode 2π. Dann gibt es zu jedem $\varepsilon > 0$ ein trigonometrisches Polynom $P(t) = c_0 + \sum_{j=1}^{N} (a_j \cos jt + b_j \sin jt)$ derart, daß $\int_0^{2\pi} \bigl(f(t) - P(t)\bigr)^2 < \varepsilon$ ist.

5) *Richtig oder falsch:* Jede periodische Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist beschränkt.

Aufgabe 1: (*3 Punkte)*
Die Funktion $f(t)$ habe die Fourierreihe $c_0 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos j\pi t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\pi t$.

a) Welche Periode hat f?

b) Bestimmen Sie die Fourierreihe von $f(t+1)$.

c) Falls f eine gerade Funktion ist, ist $f(t+1)$ eine ungerade Funktion?

d) Falls f eine ungerade Funktion ist, ist $f(t+1)$ eine gerade Funktion?

Aufgabe 3: (*8 Punkte)*
Berechnen Sie die Fourierreihen folgender Funktionen und geben Sie die Ergebnisse reell an:

a) $f(x) = x$ für $0 \le x < \pi$, periodisch fortgesetzt auf $\mathbb{R}$ mit Periode π.

b) $f(x) = \cosh x$ für $-\pi < x \le \pi$, periodisch fortgesetzt auf $\mathbb{R}$ mit Periode 2π.

c) $f(t) = |\cos t|$.

Aufgabe 2: (*4 Punkte)*

a) Berechnen Sie die (reelle) Fourier-Reihe von $f(t) = \tan t$!
Die Teilsumme dieser Reihe mit Kreisfrequenzen bis $\omega = n$ sei s_n.

b) Berechnen Sie für $m > n$ die L^2-Norm $\|s_m - s_n\|_{2,\pi}$!

c) Konvergiert die Folge der s_n in der L^2-Norm gegen die Tangensfunktion?

d) Ist der Konvergenzsatz aus der Vorlesung anwendbar?

KEINE ABGABE — FROHE FERIEN !